Advances in Applied Mathematics 应用数学进展, 2012, 1, 28-33
http://dx.doi.org/10.12677/aam.2012.11004 Published Online August 2012 (http://www.hanspub.org/journal/aam.html)

Three Order Impulsive Boundary Value Problem with P-Laplacian on Time Scales*

Shuzhen Qi[1], Jun Yang[1,2], Liyang Qi[3], Meng Cheng[4]

[1]College of Science, Yanshan University, Qinhuangdao
[2]Mathematic Research Center in Hebei Province, Shijiazhuang
[3]Elementary School of Xinzhai, Gaocun, Shahe
[4]College of Electrical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao
Email: qishuzhen230@163.com

Received: Jun. 29th, 2012; revised: Jul. 16th, 2012; accepted: Jul. 18th, 2012

Abstract: This paper uses Avery-Peterson fixed point theorem on cone to study existence of positive solutions for a class of mixed impulsive boundary value problem with P-Laplacian. Some new results for the existence of at least three positive solutions of the boundary value problem are obtained, thus our results make a theoretical foundation for the further study of the impulsive boundary value problem with P-Laplacian. Finally, an example is worked out to demonstrate our results.

Keywords: Boundary Value Problem; Impulsive; Fixed Point Theorem; Time Scale

时标上三阶带脉冲的 P-Laplacian 动力方程边值问题*

齐淑珍[1]，杨 军[1,2]，齐黎阳[3]，程 猛[4]

[1]燕山大学理学院，秦皇岛
[2]河北省数学研究中心，石家庄
[3]沙河市高村学区辛寨小学，沙河
[4]燕山大学电气工程学院，秦皇岛
Email: qishuzhen230@163.com

收稿日期：2012 年 6 月 29 日；修回日期：2012 年 7 月 16 日；录用日期：2012 年 7 月 18 日

摘 要：本文利用 Avery-peterson 不动点定理得到了时标上一类带脉冲的 P-Laplacian 多点边值问题的正解存在性，并且建立了至少存在三个正解的充分条件，为现有的相关结果作了进一步推广，同时为含有带脉冲的 P-Laplacian 多点边值问题的研究奠定了理论基础，最后给出数字例子对主要结果进行了证明。

关键词：边值问题；脉冲；不动点定理；时标

1. 引言

近年来，时标上 P-Laplacian 动力方程的发展颇为迅速。随后，时标上 P-Laplacian 脉冲动力方程边值问题也成为了广大学者关注的焦点之一，2005 年，何智敏[1]讨论了二阶 P-Laplacian 边值问题，利用 Banach 空间中锥的 twin 不动点定理，得到了存在两个正解的条件；2007 年，宋常修和肖存涛[2]研究了时标上 P-Laplacian 泛函动力方程边值问题，应用 Anderson 不动点定理进而也得到了正解存在性的相关条件。

本文受文[3]的启示，研究如下一类受脉冲影响的 P-Laplacian 泛函动力方程多点边值问题正解的存在性：

*基金项目：国家自然科学基金(60604004)；河北省自然科学基金资助项目(07M005)；秦皇岛市科技支撑计划项目(201001A037、201101A168)。

$$\begin{cases}\left[\phi_p\left(p(t)y^{\Delta\nabla}(t)\right)\right]^{\nabla}+a(t)f\left(y(t),y(\theta(t))\right)=0,\ t\in J=[0,1]_{\mathrm{T}},\ t\neq t_k,k=1,2,\cdots,n\\ \Delta y|_{t=t_k}=I_k\left(y\left(t_k^-\right)\right), \qquad k=1,2,\cdots,n\\ \Delta y^{\Delta}|_{t=t_k}=-\overline{I_k}\left(y\left(t_k^-\right)\right), \qquad k=1,2,\cdots,n\\ y^{\Delta}(0)=0,\quad a_0y(1)+y^{\Delta}(1)=\sum_{i=1}^{m}\alpha_iy^{\Delta}(\xi_i),\quad y^{\Delta\nabla}(0)=0,\\ y_0(t)=\psi(t), \qquad t\in[-r,0].\end{cases} \tag{1}$$

其中 T 为时标，$-r,\xi_i\ 0,1\in\mathrm{T}$ 且 $0<t_1<t_2<\cdots<t_k<\cdots<t_n<1$，$0<\xi_1<\xi_2<\cdots<\xi_m<1$，且 $\xi_i\neq t_k,i=1,2,\cdots m$，$k=1,2,\cdots n$，$a_0>0$，$0<\sum_{i=1}^{m}\alpha_i<1$，$r>0$。$\phi_p(s)$ 是一个 P-Laplacian 算子，且 $\phi_p(s)=|s|^{p-2}\cdot s$，$p>1$，$(\phi_p)^{-1}=\phi_q$，$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=1$，且 $\Delta y|_{t=t_k}=y\left(t_k^+\right)-y\left(t_k^-\right)$，$\Delta y^{\Delta}|_{t=t_k}=y^{\Delta}\left(t_k^+\right)-y^{\Delta}\left(t_k^-\right)$，其中 $y\left(t_k^+\right)$，$y\left(t_k^-\right)$ 分别代表 $y(t)$ 在 $t=t_k$ 时的右极限和左极限。且满足：

(H1) $I_k\in C\left(R^+,R^+\right)$，$\overline{I_k}\in C\left(R^+,R^+\right)$；

(H2) $f:\left(R^+\right)^2\to R^+$ 连续的，$a(t)\in C_{ld}\left(\mathrm{T},R^+\right)$ 且 $a(t)$ 在 $[0,1]_{\mathrm{T}}$ 的任意闭子集上不恒为零并保持左连续，其中 $R^+=[0,\infty)$；

(H3) $p(t)\in C([0,1],(0,\infty))$ 为单调增加函数；

(H4) $\psi(s)\in C\left([-r,0],R^+\right)$，$\theta(t)\in C([0,1],[-r,1])$ 且 $\theta(t)\le t,t\in[0,1]$。

在给出主要结果之前，先介绍一些预备知识。假设 $f,I_k,\overline{I_k}$ 递增且连续，且定义 Banach 空间 E，锥 P，算子 A。令 $E=\left\{\begin{array}{l}y:[0,1]_{\mathrm{T}}\to R\mid y_k\in C(J_K,R),k=0,1,\cdots n,\text{存在}\\ y\left(t_k^+\right),y\left(t_k^-\right)\text{且}y\left(t_k^-\right)=y(t_k),k=0,1,\cdots n,\end{array}\right\}$ 定义其上的范数为 $\|y\|=\sup_{t\in[0,1]_{\mathrm{T}}}|y(t)|$。$J_k=(t_k,t_{k+1}]_{\mathrm{T}},k=0,1,\cdots n$，定义 $J_0=[0,t_1]_{\mathrm{T}},J_{n+1}=\{1\}$。定义锥 $P\subset E$ 为

$$P=\left\{\begin{array}{l}y\in E\mid y\text{在每一个}J_k\text{上均为非增非负凹泛函},\\ y^{\Delta\nabla}(0)=0,\ \text{且}\,\mathrm{Imp}\left(y(t_k)\right)\ge 0,\ k=0,1,\cdots n\end{array}\right\}$$

因而对于任意的 $y\in P,\ \|y\|=\sup_{t\in[0,1]_{\mathrm{T}}}|y(t)|=y(1)$。

引理 1 如果 $y\in P$，那么 $y(t)\ge(1-t)\|y\|$，$t\in[0,1]$ 其中 $\|y\|=\sup_{t\in[0,1]_{\mathrm{T}}}|y(t)|$。

引理 2[4] P 是实 Banach 空间 E 中的锥，假设存在实数 e_4 和 e_5，锥 P 上的非负连续凸泛函 β 和 γ，锥 P 上的非负连续凹泛函 φ 以及锥 P 非负连续泛函 ω 满足 $\omega(\lambda y)\le\lambda\omega(y),\ 0\le\lambda\le1$ 且 $\varphi(y)\le\omega(y),\ \|y\|\le e_5\beta(y),y\in\overline{P(\beta,e_4)}$。$A:\overline{P(\beta,e_4)}\to\overline{P(\beta,e_4)}$ 是全连续的且存在正常数 e_1，e_2 和 e_3，其中 $e_1<e_2$，满足

(A1) $\{y\in P(\beta,\gamma,\varphi,e_2,e_3,e_4):\varphi(y)>e_2\}\neq\phi$ 且 $y\in P(\beta,\gamma,\varphi,e_2,e_3,e_4)$ 有 $\varphi(A(y))>e_2$；

(A2) $y\in P(\beta,\varphi,e_2,e_4)$ 且 $\gamma(A(y))>e_3$ 有 $\varphi(A(y))>e_2$；

(A3) $0\notin Q(\beta,\omega,e_1,e_4)$，$y\in Q(\beta,\omega,e_1,e_4)$ 且 $\omega(y)=e_1$ 有 $\omega(A(y))<e_1$。则 A 至少存在三个不动点 $y_1,y_2,y_3\in\overline{P(\beta,e_4)}$ 使得 $\beta(y_i)\le e_4$，$i=1,2,3,$ 和 $e_2<\varphi(y_1)$，$e_1<\omega(y_2)$，$\varphi(y_2)<e_2$，$\omega(y_3)<e_1$。

2. 主要结果

易得边值问题(1)有解的充分必要条件为 $y=y(t)$

$$y(t)=\begin{cases}\int_0^1\left(1+\frac{1}{a_0}-s\right)\frac{1}{p(s)}\phi_q\left(\int_0^s a(r)f\left(y(r),y(\theta(r))\right)\nabla r\right)\nabla s-\\ \frac{1}{a_0}\sum_{i=1}^m\alpha_i\int_0^{\xi_i}\frac{1}{p(s)}\phi_q\left(\int_0^s a(r)f\left(y(r),y(\theta(r))\right)\nabla r\right)\nabla s-\\ \int_0^t(t-s)\frac{1}{p(s)}\phi_q\left(\int_0^s a(r)f\left(y(r),y(\theta(r))\right)\nabla r\right)\nabla s+\\ \sum_{k=1}^n W_k\left(t,y(t_k)\right), & t\in[0,1]_{\mathrm{T}}\\ \psi(t), & t\in[-r,0]\end{cases}.$$

其中$W_k\left(t,y(t_k)\right)=\begin{cases}I_k\left(y(t_k)\right)+\overline{I_k}y(t_k)t_k, & t_k<t\le 1\\ \overline{I_k}y(t_k)t, & 0\le t\le t_k\end{cases}$.

定义算子 $A:P\to E$ 为

$$\begin{aligned}Ay(t)=&\int_0^1\left(1+\frac{1}{a_0}-s\right)\frac{1}{p(s)}\phi_q\left(\int_0^s a(r)f\left(y(r),y(\theta(r))\right)\nabla r\right)\nabla s\\&-\frac{1}{a_0}\sum_{i=1}^m\alpha_i\int_0^{\xi_i}\frac{1}{p(s)}\phi_q\left(\int_0^s a(r)f\left(y(r),y(\theta(r))\right)\nabla r\right)\nabla s\\&-\int_0^t(t-s)\frac{1}{p(s)}\phi_q\left(\int_0^s a(r)f\left(y(r),y(\theta(r))\right)\nabla r\right)\nabla s+\sum_{k=1}^n W_k\left(t,y(t_k)\right),\quad T\in[0,1].\end{aligned}$$

假设固定η且满足$0<\eta<\xi_1<1$。在锥P中定义非负连续凹泛函φ，非负连续的凸泛函β和γ及非负连续泛函ω为$\varphi(y)=\min_{t\in[0,\eta]}y(t)=y(\eta)$，$\beta(y)=\gamma(y)=\max_{t\in[\xi_1,1]}y(t)=y(\xi_1)$，$\omega(y)=\max_{t\in[\eta,1]}y(t)=y(\eta)$,对于 $y\in P,\varphi(y)=\omega(y),\omega(\lambda y)=\lambda y(\eta)=\lambda\omega(y)$，由引理 1 得

$$\beta(y)=\max_{t\in[\xi_1,1]}y(t)=y(\xi_1)\ge(1-\xi_1)\|y\|,$$

即$\|y\|\le\frac{1}{1-\xi_1}\beta(y)$。记$M_1=\{t\in[0,1]:\theta(t)\le 0\},M_2=\{t\in[0,1]:\theta(t)>0\},M_3=M_1\cap[0,\eta]$，

$$l_1=\left(1+\frac{1}{a_0}\right)\frac{1}{p(0)}\phi_q\left(\int_0^1 a(r)\nabla r\right),\ l_2=\left(1-\sum_{i=1}^m\alpha_i\right)\frac{(1-\eta)}{a_0p(1)}\phi_q\left(\int_{M_3}a(r)\nabla r\right)。$$

贯穿全文假定$M_3\ne\phi$且$\int_{M_3}a(r)\nabla r>0$。

定理 1 假设条件(H_1)~(H_4)成立，$0<e_1<(1-\xi)_1e_2<e_2<(1-\xi_1)e_4$，$l_1e_2<l_2e_4$且$f$满足以下条件

(H_5) $f\left(y,\psi(s)\right)<\phi_p\left(\frac{e_4}{l_1}\right)$, 若$0\le y(t)\le\frac{1}{1-\xi_1}e_4$, $s\in[-r,0]$;

$f(y_1,y_2)<\phi_p\left(\frac{e_4}{l_1}\right)$, 若$0\le y_i(t)\le\frac{1}{1-\xi_1}e_4$, $i=1,2$;

(H_6) $f\left(y,\psi(s)\right)>\phi_p\left(\frac{e_2}{l_2}\right)$, 若$e_2\le y(t)\le\frac{1}{(1-\xi_1)^2}e_2$, $s\in[-r,0]$;

(H_7) $f\left(y,\psi(s)\right)<\phi_p\left(\frac{e_1}{l_1}\right)$, 若$0\le y(t)\le\frac{1}{1-\xi_1}e_1$, $s\in[-r,0]$;

$$f\left(y_1,y_2\right)<\phi_p\left(\frac{e_1}{l_1}\right), \text{若 } 0\le y_i\left(t\right)\le\frac{1}{1-\xi_1}e_1,\ i=1,2;$$

则边值问题(1)至少存在三个解

$$y\left(t\right)=\begin{cases}\psi\left(t\right), & t\in\left[-r,0\right]\\ y_i\left(t\right), & t\in\left[0,1\right],\quad i=1,2,3\end{cases} \tag{2}$$

其中 $y_1\left(t\right), y_2\left(t\right)$ 和 $y_3\left(t\right)$ 满足

$$\max_{t\in[\xi_1,1]}y_i\left(t\right)\le e_4, i=1,2,3;\quad e_2<\min_{t\in[0,\eta]}y_1\left(t\right);\quad e_1<\max_{t\in[\eta,1]}y_2\left(t\right);\quad \min_{t\in[0,\eta]}y_2\left(t\right)<e_2;\quad \max_{t\in[\eta,1]}y_3\left(t\right)<e_1.$$

证明 由假设(H_1)~(H_4)和引理 1 可知 $A:P\to P$ 是全连续映射。选 $y\in\overline{P\left(\beta,e_4\right)}$，则 $\beta\left(y\right)=\max_{t\in[\xi_1,1]}y\left(t\right)=y\left(\xi_1\right)<e_4$，其中 $\|y\|\le\frac{1}{1-\xi_1}\beta\left(y\right)<\frac{e_4}{1-\xi_1}$ 有 $0\le y\left(t\right)\le\frac{e_4}{1-\xi_1},\quad t\in\left[0,1\right]$.

由(H_5)，当 $t\in\left[0,1\right]$ 可得

$$\begin{aligned}\beta\left(Ay\right)&=\left(Ay\right)\left(\xi_1\right)\\&=\int_0^1\left(1+\frac{1}{a_0}-s\right)\frac{1}{p\left(s\right)}\phi_q\left(\int_0^s a\left(r\right)f\left(y\left(r\right),y\left(\theta\left(r\right)\right)\right)\nabla r\right)\nabla s-\\&\quad\frac{1}{a_0}\sum_{i=1}^m\alpha_i\int_0^{\xi_i}\frac{1}{p\left(s\right)}\phi_q\left(\int_0^s a\left(r\right)f\left(y\left(r\right),y\left(\theta\left(r\right)\right)\right)\nabla r\right)\nabla s-\\&\quad\int_0^{\xi_1}\left(\xi_1-s\right)\frac{1}{p\left(s\right)}\phi_q\left(\int_0^s a\left(r\right)f\left(y\left(r\right),y\left(\theta\left(r\right)\right)\right)\nabla r\right)\nabla s+\sum_{k=1}^n W_k\left(t,y\left(t_k\right)\right)\\&\le\int_0^1\left(1+\frac{1}{a_0}-s\right)\frac{1}{p\left(s\right)}\phi_q\left(\int_0^s a\left(r\right)f\left(y\left(r\right),y\left(\theta\left(r\right)\right)\right)\nabla r\right)\nabla s\le\left(1+\frac{1}{a_0}\right)\frac{e_4}{l_1p\left(0\right)}\phi_q\left(\int_0^1 a\left(r\right)\nabla r\right)=e_4.\end{aligned}$$

从而 $A:\overline{P\left(\beta，e_4\right)}\to\overline{P\left(\beta，e_4\right)}$。

先验证引理 2 中的(A_1)成立，选取 $y=\frac{e_2}{1-\xi_1},\ e_3=\frac{e_2}{1-\xi_1}$ 则

$$\varphi\left(y\right)=y\left(\eta\right)=\frac{e_2}{1-\xi_1}>e_2,\quad \gamma\left(y\right)=y\left(\xi_1\right)=\frac{e_2}{1-\xi_1},\quad \beta\left(y\right)=y\left(\xi_1\right)=\frac{e_2}{1-\xi_1}\le e_4.$$

则 $\left\{y\in P\left(\beta,\gamma,\varphi,e_2,e_3,e_4\right):\varphi\left(y\right)>e_2\right\}\ne\phi$, 对 $y\in P\left(\beta,\gamma,\varphi,e_2,e_3,e_4\right)$ 满足

$$\varphi\left(y\right)=\min_{t\in[0,\eta]}y\left(t\right)=y\left(\eta\right)\ge e_2,\ \gamma\left(y\right)=\max_{t\in[\xi_1,1]}y\left(t\right)=y\left(\xi_1\right)\le e_3.$$

由引理 1 可得 $\|y\|\le\frac{1}{1-\xi_1}y\left(\xi_1\right)\le\frac{1}{1-\xi_1}e_3$，因此 $e_2\le y\left(t\right)\le\frac{1}{\left(1-\xi_1\right)^2}e_2,\ t\in\left[0,\eta\right]$，由($H_6$)，当 $t\in\left[0,\eta\right]$ 可得 $\varphi\left(Ay\right)=\left(Ay\right)\left(\eta\right)\ge e_2\left(1-\sum_{i=1}^m\alpha_i\right)\frac{\left(1-\eta\right)}{l_2a_0p\left(1\right)}\phi_q\left(\int_{M_3}a\left(r\right)\nabla r\right)=e_2$，即引理 2 中的($A_1$)成立。接着验证引理 2 中的($A_2$)成立。选取 $y\in P\left(\beta,\varphi,e_2,e_4\right)$ 并且使 $\gamma\left(Ay\right)=Ay\left(\xi_1\right)>\frac{e_2}{1-\xi_1}$，可得

$$\varphi\left(Ay\right)=\min_{t\in[0,\eta]}Ay\left(t\right)=Ay\left(\eta\right)\ge\left(1-\eta\right)Ay\left(\eta\right)\ge\left(1-\eta\right)Ay\left(\xi_1\right)>\frac{\left(1-\eta\right)e_2}{1-\xi_1}>e_2.$$

最后验证引理 2 中的(A_3)成立。由于 $\omega\left(0\right)=0<e_1$，因此 $0\notin Q\left(\beta,\omega,e_1,e_4\right)$。选取 $y\in Q\left(\beta,\omega,e_1,e_4\right)$ 并且

$\omega(y)=e_1$，从而有引理 1 可得 $0\le y(t)\le\|y(t)\|\le\dfrac{y(\eta)}{1-\eta}\le\dfrac{e_1}{1-\xi_1},t\in[0,1]$，即 $0\le y(t)\le\dfrac{e_1}{1-\xi_1},t\in[0,1]$。由($H_7$)，当 $t\in[0,1]$ 可得

$$\begin{aligned}\omega(Ay)=(Ay)(\eta)&\le\left(1+\frac{1}{a_0}\right)\frac{1}{p(0)}\phi_q\left[\int_{M_1}a(r)f\left(y(r),\psi\left(\theta(r)\right)\right)\nabla r+\int_{M_2}a(r)f\left(y(r),\psi\left(\theta(r)\right)\right)\nabla r\right]\\&\le\left(1+\frac{1}{a_0}\right)\frac{e_1}{l_1p(0)}\phi_q(\int_0^1a(r)\nabla r=e_1.\end{aligned}$$

引理 2 中的(A_3)成立。

因此，由引理 2 可知 A 至少存在三个不动点 $y_1(t),y_2(t)$，$y_3(t)\in\overline{P(\beta,e_4)}$ 使

$$\max_{t\in[\xi_1,1]}y_i(t)\le e_4,i=1,2,3;\ e_2<\min_{t\in[0,\eta]}y_1(t);\ e_1<\max_{t\in[\eta,1]}y_2(t);\ \min_{t\in[0,\eta]}y_2(t)<e_2;\ \max_{t\in[\eta,1]}y_3(t)<e_1.$$

所以式(2)是边值问题(1)的三个正解。证毕。

3. 应用例子

例 1 T=$\{0\}\cup\left\{\dfrac{1}{3^n}:n\in N_0\right\}\cup\left(\dfrac{1}{3},\dfrac{3}{5}\right]\cup\left(\dfrac{3}{5},1\right]$考虑如下边值问题

$$\begin{gathered}y^{\Delta\nabla\nabla}(t)+\frac{5000y^5(t)}{\frac{1}{2}y^5(t)+y^5\left(t-\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{6}}=0,\qquad t\in(0,1)\\\Delta y|_{t=i}=\frac{1}{50}t^4,\ i=1,2;\ \Delta y^{\Delta}|_{t=i}=t^4,\quad i=1,2;\end{gathered}\tag{3}$$

$$y^{\nabla}(0)=0,y(1)+y^{\Delta}(1)=\frac{1}{3}y^{\Delta}\left(\frac{2}{5}\right)+\frac{1}{2}y^{\Delta}\left(\frac{2}{3}\right),y^{\Delta\nabla}(0)=0,\quad y_0(t)=\psi(t)=0,\quad t\in\left[-\frac{1}{3},0\right),\tag{4}$$

其中 $p(t)=1,p=2,a(t)=1,\ a_0=1,\alpha_1=\dfrac{1}{3},\alpha_2=\dfrac{1}{2},\ \xi_1=\dfrac{2}{5},\xi_2=\dfrac{2}{3},\ \eta=\dfrac{1}{9},\ \theta:[0,1]\to\left[-\dfrac{1}{3},1\right]$，

并且 $\theta(t)=t-\dfrac{1}{3}$，$r=\dfrac{1}{3}$，$f\left(y,\psi(s)\right)=\dfrac{500y^5}{y^5+1}$，$f(y_1,y_2)=\dfrac{500y_1^5}{y_1^5+y_2^5+1}$。通过具体计算可得，

$$M_1=\left[0,\frac{1}{3}\right],M_2=\left(\frac{1}{3},1\right],\ M_3=\left[0,\frac{1}{9}\right),\ l_1=2,\ l_2=\frac{4}{81},\text{选}\ e_1=\frac{1}{30},\ e_2=2,\ e_4=1050,$$

那么利用定理 1，

$$f\left(y,\psi(s)\right)\le 500<\frac{e_4}{l_1}=\frac{1050}{2}=525,0\le y(t)\le\frac{1}{1-\xi_1}e_4f(y_1,y_2)\le 500<\frac{e_4}{l_1}=\frac{1050}{2}=525,0\le y_i(t)\le\frac{1}{1-\xi_1}e_4,i=1,2.$$

进一步

$$f\left(y,\psi(s)\right)\ge 500>\phi_p\left(\frac{e_2}{l_2}\right)=6.4,\ e_2\le y(t)\le\frac{1}{(1-\xi_1)^2}e_2,$$

然后

$$f\left(y,\psi(s)\right)\le\phi_p\left(\frac{e_1}{l_1}\right)<\frac{e_1}{l_1}=0.017,\ 0\le y(t)\le\frac{1}{1-\xi_1}e_1,\ f(y_1,y_2)\le\phi_p\left(\frac{e_1}{l_1}\right)<\frac{e_1}{l_1}=0.017,\ 0\le y_i(t)\le\frac{1}{1-\xi_1}e_1,\quad i=1,2,$$

则边值问题(3)~(4)至少存在三个解

$$y(t)=\begin{cases}\psi(t) & t\in\left[-\frac{1}{3},0\right]\\ y_i(t) & t\in[0,1],\quad i=1,2\end{cases}.$$

其中 $y_1(t),y_2(t),y_3(t)$ 满足 $\max_{t\in\left[\frac{2}{5},1\right]} y_i(t)\le 1050,\ i=1,2,\ 2<\max_{t\in\left[0,\frac{1}{9}\right]} y_1(t),\ \frac{1}{30}<\max_{t\in\left[\frac{1}{9},1\right]} y_2(t);\ \min_{t\in\left[0,\frac{1}{9}\right]} y_2(t)<2;$ $\max_{t\in\left[\frac{1}{9},1\right]} y_3(t)<\frac{1}{30}$。

4. 说明

很多学者研究了时标上二阶边值问题的正解存在性，比如文献[3]研究的是时标上二阶带脉冲的动力方程两点边值问题解的存在性，论文是通过利用 Schaefer’s 不动点定理和 Leray-Schauder 非线性迭代来证明解的存在性。[5]研究了在时标上二阶带脉冲的两点边值问题的解存在性，论文主要是利用的是 Krasnoselskill 和 Zabreiko 和 Leggett-Williams 不动点定理进行证明的，得到存在一个和三个解的存在性。本文研究的是在时标上三阶带脉冲的 P-Laplacian 混合型动力方程多点边值问题，利用 Avery-peterson 不动点定理证明了存在三个正解的充分条件，为高阶的动力方程边值问题提供了理论基础，拓宽了研究方向。

5. 结论

本论文的研究结果是新的，并且丰富了时标上动力方程边值问题的理论内容，为以后高阶的动力方程边值问题奠定了一定的理论基础。

参考文献 (References)

[1] Z. M. He. Double positive solutions of three-point boundary value problems for P-Laplacian dynamic equations on time scales. Journal of Computational and Applied Mathematics, 2005, 182(2): 304-315.

[2] C. X. Song, C. T. Xiao. Positive solutions for P-Laplacian functional dynamic equations on time scales. Nonlinear Analysis, 2007, 66(10): 1989-1998.

[3] M. Benchohra, S. K. Ntouyas and A. Ouahab. Existence results for second order boundary value problem of impulsive dynamic equations on time scales. Journal of Mathematical Analysis and Applications, 2004, 296(1): 65-73.

[4] R. I. Avery, A. C. Peterson. Three positive fixed points of nonlinear operators on ordered banach spaces. Computers & Mathematics with Applications, 2001, 42(3): 313-322.

[5] J. L. Li, J. H. Shen. Existence results for second-order impulsive boundary value problems on time scales. Nonlinear Analysis, 2009, 70: 1648-1655.