

Estimation for the Change of Eight Planets' Orbits in the Sun's Red Giant Phase

Linsen Li

School of Physics, Northeast Normal University, Changchun
Email: dbsd_lls@yahoo.com.cn

Received: Jun. 30th, 2014; revised: Jul. 10th, 2014; accepted: Jul. 30th, 2014

Copyright © 2014 by author and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

Abstract

This paper examines the change of eight major planets' orbits in the sun's red giant phase (RCB). In that time the changes of orbits of major planets are given by the problem of two-body with variable mass. The solar mass-loss due to solar wind and photo-radiation results in the change of orbits of eight major planets. The change for distance from the sun and orbital periods of eight planets has been estimated. The farther the distance from the sun is, the larger the rate of enlargement of semi major axes and periods will be. It is concluded that the influence of solar mass-loss due to solar wind upon the change of orbits of major planets on the phase of red giant is larger than that on the main sequence. The estimated results are list in **Table 1**. Discussion and conclusions are drawn.

Keywords

Phase of Red Giant, Solar Mass-Loss, Change of Orbits of Eight Planets

太阳在红巨星阶段对8个大行星轨道改变的估计

李林森

东北师范大学物理学院, 长春
Email: dbsd_lls@yahoo.com.cn

收稿日期：2014年6月30日；修回日期：2014年7月10日；录用日期：2014年7月30日

摘要

本文利用变质量二体问题给出了当太阳到达红巨星阶段时8个大行星轨道改变的情况。太阳在红巨星阶段由于星风和光子辐射使得太阳质量流失造成了8个行星轨道的改变。估计了那时8个行星轨道离太阳的距离和周期。距离太阳越远，轨道半长轴扩大率越大而周期越长。可以推论；由于太阳风造成的太阳质量流失对行星轨道的改变影响在红巨星阶段比在主序阶段较大。估计的数值结果列入表1。最后做了讨论和推论。

关键词

红巨星阶段，太阳质量流失，8个大行星轨道改变

1. 引言

太阳的演化从主序前阶段到达主序以后还要经过后主序阶段，即到达红巨星阶段。太阳在每一阶段演化过程由于星风等原因造成的质量流失影响着行星轨道的改变。这种影响在主序阶段并不明显，然而当太阳达到红巨星阶段由于星风等原因质量流失较大，这时对行星轨道的改变影响甚为明显。所以研究太阳到达红巨星阶段行星轨道的改变很有意义，尽管这是遥远将来 100 亿年以后要发生的事，对于我们生活在地球行星上的人类很有必要预测一下。

首先必须研究太阳从主序到红巨星阶段的演化。过去好些作者研究了这个问题。Sandage (1957)首先在研究了恒星生和死的论文中讨论了当太阳演化到红巨星阶段时太阳的半径和光度的改变，但较少讨论对行星轨道改变的影响[1]。Sweigart (1976)详细地研究了红巨星的构造和演化，但他的研究没有涉及构造和演化对行星轨道改变的影响[2]。本文作者(2000)在研究太阳质量损失对地球轨道改变的影响，其中也讨论了太阳在红巨星阶段对地球半长轴和轨道周期的影响并给出数值的估计，然而该估计是较粗略的[3] Schröder 和 Smith (2008)研究了太阳模型的演化并计算了地球和太阳的将来距离以及地球行星的轨道半径的演化曲线[4]。本文利用变质量二体问题的解和 Schröder 和 Smith 给出的太阳演化模型的数据估计了当太阳到达红巨星阶段 8 个大行星的轨道半长轴和轨道周期的改变的数值解。

2. 当太阳到达红巨星阶段行星轨道半长轴 a ，轨道周期 P 以及轨道偏心率 e 的数值解

作者在前文利用 Jeans 给出的变质量二体问题的解[3] [5]：

$$aM(t) = \text{const}, \quad (1)$$

$$PM(t)^2 = \text{const}, \quad (2)$$

$$1 - e^2 = h^2 / GM(t)a = \text{const}. \quad (3)$$

给出了轨道半长轴 a 轨道周期 P 和轨道偏心率 e 随时间变率的方程式

$$\frac{da}{dt} = -\left(\frac{a}{M}\right) \frac{dM}{dt}, \quad (4)$$

$$\frac{dP}{dt} = -2 \frac{P}{M} \frac{dM}{dt}, \quad (5)$$

Table 1. The evolution of orbits of eight major planets while the sun reaches the phase of red giant (RGB) (after 1.217×10^{10} year)
表 1. 太阳到达红巨星阶段 8 大行星轨道的演化(1.217×10^{10} 年以后)

Planets	a_r (Au)	a (R_\odot)	Δa_r (Au)	P_r (yr)	ΔP_r (s)	\dot{a} (km/yr)	\dot{P} (s/yr)	\dot{e} /yr
Mercury	0.3873(Au)	(83.25 R_\odot)	0.0004	0.2413	0.0005	1.61	0.42	0
Venus	0.7239	(155.58)	0.0008	0.6163	0.0013	3.01	1.08	0
Earth	0.1.0009	(215.12)	0.0010	1.0018	0.0022	4.15	1.76	0
Mars	1.5250	(327.77)	0.0016	1.8843	0.0041	6.14	3.31	0
Jupiter	5.2075	(1119.25)	0.0057	11.8836	0.0261	21.66	20.58	0
Saturn	9.5474	(2052.03)	0.0105	29.6009	0.0648	39.71	51.79	0
Uranus	19.1991	(4126.48)	0.0211	84.1651	0.1848	79.85	147.73	0
Neptune	30.0848	(6400.16)	0.0330	165.0896	0.3625	125.13	289.77	0

$$\frac{de}{dt} = 0. \quad (6)$$

当太阳到达主序末端或红巨星阶段轨道 (a, P, e) 随时间变化可由方程式(4)~(6)推出

$$a = a_o - \left(\frac{a}{M} \frac{dM}{dt} \right)_o (t - t_o) = a_o \left[1 - \frac{\dot{M}}{M} (t - t_o) \right], \quad (7)$$

$$P = P_o - 2 \left(\frac{P}{M} \frac{dM}{dt} \right)_o (t - t_o) = P_o \left[1 - 2 \frac{\dot{M}}{M} (t - t_o) \right], \quad (8)$$

$$e = e_o. \quad (9)$$

我们取 $t - t_o = 1.217 \times 10^{10}$ 年为太阳到达红巨星阶段的时间, 根据 Schröder & Smith (2008)给出的太阳演化模型 $\left(\frac{dM}{dt} \right)_o$ 。或 $(\dot{M})_o$ 。为太阳在主序阶段时的质量损失率。目前的数值由本文作者(2013)给出[6]。

$$\left(\frac{dM}{dt} \right)_o = -9.16 \times 10^{-14} M_\odot/\text{yr}, \quad \left(\frac{\dot{M}}{M} \right)_o = -9.16 \times 10^{-14} / \text{yr}. \quad (10)$$

将 8 个行星的 a_o P_o 的数值(Allen, 1973)和 $\left(\frac{dM}{dt} \right)_o$ 。及 $t - t_o = 1.217 \times 10^{10}$ 代人方程式(7), 我们得到当太阳到达红巨星阶段 8 个行星轨道 a_o 和 P_o 的数值列入表 1。

3. 当太阳到达红巨星阶段 8 个大行星的 $a P e$ 的长期变率

首先我们根据 Schröder & Smith 给出的太阳演化模型, 当太阳到达红巨星阶段时 ($t - t_o = 1.217 \times 10^{10}$) 年, 太阳的模型数据[4]:

$$t - t_o = 12.17 \text{ Gyr} = 1.217 \times 10^{10} \text{ yr}, \quad L(L_\odot) = 2730.$$

$$T_{\text{eff}} = 2602 \text{ (K)}, \quad R(R_\odot) = 256, \quad M_{\text{sun}}(M_\odot) = 0.668.$$

太阳在红巨星的演化由太阳风和光子辐射造成的质量损失决定的。因为太阳到达红巨星阶段它的温度是很低的, 所以, 我们必须利用冷星的质量损失率, 本文作者(2000)曾利用由 Mullar (1978)给出的由于太阳风造成的冷星的质量损失率[7]。

$$\dot{M} = -9.7 \times 10^{-12} \times (2.74 \times 10^4)^\beta \left(\frac{M}{M_\odot} \right)^{\beta + \frac{1}{2}} \left(\frac{R}{R_\odot} \right)^{3-2\beta} (M_\odot/\text{yr}). \quad (11)$$

其中 $\beta = 0.5 \sim 0.57$ 如果我们取 $\beta = 0.5$, $M = 0.668M_\odot$, $R = 256R_\odot$, 我们得到

$$\dot{M} = \left(\frac{dM}{dt} \right)_{L1} = -1.71 \times 10^{-8} (M_\odot/\text{yr}), \quad (12)$$

$$\left(\frac{\dot{M}}{M} \right)_{L1} = -\frac{1.71 \times 10^{-8} M_\odot}{0.668 M_\odot} = -2.56 \times 10^{-8} / \text{yr}. \quad (13)$$

Schröder & Smith (2008) 曾给出红巨星的质量损失的公式[4]

$$\dot{M}_{L2} = -\eta \frac{L(L_\odot)R(R_\odot)}{M(M_\odot)} \left(\frac{T_{\text{eff}}}{4000 \text{ K}} \right)^{3.5} \left(1 + \frac{g_\odot}{4300 \text{ g}} \right). \quad (14)$$

其中 $\eta = 8 \times 10^{-44} M_\odot/\text{yr}$, $g_\odot = GM/R^2$ (太阳表面重力加速度)。

根据 Schröder 和 Simith 的太阳演化模型太阳到达红巨星阶段的时 $t - t_0 = 1.217 \times 10^{10}$ 年, 那时太阳的物理量是

$$M = 0.668M_\odot, \quad R = 256R_\odot, \quad L = 2730L_\odot, \quad T_{\text{eff}} = 2602 \text{ (K)}.$$

因此, $g_0 = GM/R^2 = 0.2774$ 。

将这些数据代入上面的公式(14), 得到

$$\dot{M} = \left(\frac{dM}{dt} \right)_{L2} = -1.8587 \times 10^{-8} M_\odot/\text{yr}, \quad (15)$$

$$\left(\frac{\dot{M}}{M} \right)_{L2} = -\frac{1.858 \times 10^{-8} M_\odot/\text{yr}}{0.668 M_\odot} = -2.78 \times 10^{-8} / \text{yr}. \quad (16)$$

我们可以看出两个模型的质量损失率(12)同(15)和(13)同(16)是很接近的。

以下, 我们考虑在红巨星阶段由于太阳风和光子辐射造成的太阳质量损失可以从质能关系 $E = Mc^2$ 估计, 即

$$\dot{M} = \frac{dM}{dt} = \frac{dE}{dt} / c^2 = -L/c^2 = -\frac{2730 \times 2.826 \times 10^{33}}{9 \times 10^{20}} = -1.36 \times 10^{-10} M_\odot/\text{yr}, \quad (17)$$

$$\left(\frac{\dot{M}}{M} \right)_{ph} = -\frac{1.36 \times 10^{-10} M_\odot}{0.668 M_\odot} = -2.035 \times 10^{-10} / \text{yr}. \quad (18)$$

如果我们只用(16)和(18)的质量损失率, 那么由于光子辐射造成的质量损失率比太阳风造成的质量损失率小 2 倍, 则总的质量损失率为

$$\left(\frac{dM}{dt} \right)_{\text{sum}} = \left(\frac{dM}{dt} \right)_{L2} + \left(\frac{dM}{dt} \right)_{ph} = -1.86 \times 10^{-8} M_\odot/\text{yr}, \quad (19)$$

$$\left(\frac{\dot{M}}{M} \right)_{\text{Red}} = \frac{1.86 M_\odot/\text{yr}}{0.668 M_\odot} = -2.78 \times 10^{-8} / \text{yr}. \quad (20)$$

其次, 我们利用公式(7)~(9)估计当太阳到达红巨星阶段 8 大行星的轨道半长轴和轨道周期的长期变率。我们改变公式(7)~(9)为红巨星阶段的公式, 即对公式(7)~(9)时间微分:

$$\left(\frac{da}{dt}\right)_R = -\frac{a_R}{M_R} \left(\frac{dM}{dt}\right)_R = -a_R \left(\frac{\dot{M}}{M}\right)_R, \quad (21)$$

$$\left(\frac{dP}{dt}\right)_R = -2\frac{P_R}{M_R} \left(\frac{dM}{dt}\right)_R = -2P_R \left(\frac{\dot{M}}{M}\right)_R, \quad (22)$$

$$\left(\frac{de}{dt}\right)_R = 0. \quad (23)$$

将表 1 中的公式(19)的 $\left(\frac{\dot{M}}{M}\right)_R$, a_R , P_R 的数值代入上面的公式(21)~(23), 我们得到当太阳到达红巨星阶段 8 个大行星轨道半长轴和轨道周期的长期变率列入表 1 (从现在到 1.217×10^{10} 年以后)。

4. 讨论和推论

(1) 距离太阳越远的行星, 轨道扩大率越大, 所以海王星的轨道扩大率最大。

(2) 在 1.217 年(12.17 Gyr)太阳到达红巨星阶段时根据 Schröder 和 Smith 给的数据 $R = 256R_\odot$, 又根据表 1 中的数值结果, 那时水星和金星 ($a < 256R_\odot$) 进入膨胀的太阳体积内或者轨道被膨胀的太阳体积所吞进。

(3) 本文的结果同前文[3]的结果略有不同, 在前文[3]中太阳在红巨星阶段地球轨道扩大率: $\dot{a} = 1.31 \text{ Km/yr}$, $\dot{P} = 0.55 \text{ (s)/yr}$ 而在本文中给的数值: $\dot{a} = 4.15 \text{ Km/yr}$, $\dot{P} = 1.76/\text{yr}$ (见表 1), 所以本文的扩大率要比前文[3]的扩大率较大些。

(4) 太阳在主序阶段目前对行星轨道改变的影响同在红巨星阶段改变的影响相比, 红巨星阶段甚为显著, 从主序阶段质量损失率公式(目前 $t = 0$):

$$\dot{a} = -a_o \left(\frac{\dot{M}}{M}\right), \quad \dot{M}_o/M_o = -9.16 \times 10^{-14}/\text{yr} [6], \quad a_o = \text{每个行星轨道半长轴}$$

引自 Allen (1973)的数据[8]。

可以计算目前 8 大行星轨道半长轴改变率如下:

	水星	金星	地球	火星	木星	土星	天王星	海王星
目前 $t = 0 \dot{a} (10^{-4} \text{ km/yr})$	0.05	0.07	0.13	0.20	0.71	1.31	2.62	4.11
红巨星阶段 ($t = 1.217 \times 10^{10} \text{ yr}$) $\dot{a} (\text{km/yr})$	1.61	3.01	4.15	6.14	21.66	39.71	79.85	125.13

由上表可见太阳在红巨星阶段行星轨道的改变率比目前在主序阶段的改变率甚大, 因此研究太阳在红巨星阶段行星轨道的改变有很大意义。

参考文献 (References)

- [1] Sandge A. Amer. J. Phys, 1957, 25: 525
- [2] Sweigart A V. Physics Today, 1976, 21: 25
- [3] 李林森. 云南天文台刊, 2000, 2: 10
- [4] Schröder K P, Smith R C. M N R A S, 2008, 386: 155
- [5] Jeans J H. Astronomy and Cosmogony. London: Cambridge University Press, 1929: 298
- [6] Li L S. M N R A S, 2013, 431: 2971
- [7] Mullan D J. Ap J, 1978, 226: 151
- [8] Allen C W. Astrophysical Quantities. London: The Athlone Press, 1973, 140-141