

The Habitable Zone of Kepler-47 Binary System

Juanxiu Hu^{1,2}, Jianpo Guo^{1,2}, Chaoqiong He^{1,2}, Rongqin Cang^{1,2}

¹Department of Science and Technology, Puer University, Puer Yunnan

²Open Key Laboratory of Mechanics in Yunnan Province, Puer Yunnan

Email: guojianpo1982@hotmail.com

Received: Jun. 25th, 2016; accepted: Jul. 16th, 2016; published: Jul. 19th, 2016

Copyright © 2016 by authors and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

Abstract

Provided that there are lives living on an exoplanet, it must be located in the habitable zone of its host star. Considering the effects of stellar effective temperature on habitable zone, we give the distance equations on the inside and the outside boundary of binary's habitable zone. Using the numerical methods, we obtain the habitable zone of the Kepler-47 binary system. The average distances on the inside and the outside boundary are 0.77761 and 1.55287 AU, respectively. The distance of the Kepler-47 inner planet is too small to be within the habitable zone. The orbit of the Kepler-47 outer planet may be an ellipse. Its eccentricity is 0.411; its aphelion is within the habitable zone, and its perihelion is not within the habitable zone. In an orbital period, there are 237.837 - 239.056 days that the Kepler-47 outer planet is within the habitable zone and there are 64.102 - 65.321 days that it is not within the habitable zone.

Keywords

Stellar Effective Temperature, Numerical Method, Habitable Zone, Kepler-47 Binary System, Planet

开普勒-47双星系统的宜居带

胡娟秀^{1,2}, 郭建坡^{1,2}, 何超琼^{1,2}, 仓荣琴^{1,2}

¹普洱学院理工学院, 云南 普洱

²云南省高校力学开放重点实验室, 云南 普洱

Email: guojianpo1982@hotmail.com

收稿日期: 2016年6月25日; 录用日期: 2016年7月16日; 发布日期: 2016年7月19日

文章引用: 胡娟秀, 郭建坡, 何超琼, 仓荣琴. 开普勒-47 双星系统的宜居带[J]. 天文与天体物理, 2016, 4(3): 56-67.
<http://dx.doi.org/10.12677/aas.2016.43007>

摘要

一颗系外行星上如果存在生命，它需要位于其寄主恒星的宜居带中。本文考虑了恒星有效温度对宜居带的影响，给出了双星宜居带的内、外边界的距离满足的方程。我们用数值法求出了开普勒-47双星系统的宜居带，其内、外边界的平均半径分别为0.77761和1.55287AU。开普勒-47内行星距离双星比较近，不在宜居带中。开普勒-47外行星围绕双星公转的轨道可能是一个偏率为0.411的椭圆，它的远日点处在宜居带中，而近日点不在宜居带中。在一个公转周期内，它有237.837至239.056天的时间处在宜居带中，而有64.102至65.321天的时间不在宜居带中。

关键词

恒星有效温度，数值法，宜居带，开普勒-47双星系统，行星

1. 引言

随着地面望远镜观测技术的提高[1]和开普勒太空望远镜的入轨观测，越来越多的系外行星被探测到，开普勒-22b [2]、开普勒-62 [3]、开普勒-78b [4]和开普勒-452b [5]系外行星的发现，都曾经成为热点新闻，倍受社会各界的关注。科学界乃至整个社会大众都更加关心系外行星上是否存在生命。如果一颗系外行星上存在生命，必须满足两个条件：第一，它是类地行星，即质量介于0.1至10倍地球质量的岩石行星[6]-[8]；第二，它要位于其寄主恒星周围的宜居带中[9]。宜居带是寄主恒星周围的一块区域，如果一颗类地行星在这块区域内，那么它表面的水可以保持为液态[10]-[16]。

银河系内有一半以上的恒星处在双星和多星系统内[17][18]。以前人们认为，双星和多星系统不可能使行星轨道长期保持稳定，所以只有单星周围才可能存在宜居行星。但是后来的理论研究和观测打破了这个传统观念。Haghighipour 与 Kaltenegger (2013)系统地研究了双星周围的行星运转方式和双星宜居带[19][20]。行星围绕双星运转分两种情况，一种称为 S-type 双星，另一种称为 P-type 双星。S-type 双星是行星围绕其中一颗恒星运转，然后和这颗恒星一起与另一颗恒星相互绕转；这种情况恒星和行星之间距离较近，而两颗恒星之间距离较远[19]。 α Centauri [19]和 HD 196885 [21]就是 S-type 双星。P-type 双星是两颗恒星相互绕转，行星围绕着这两颗恒星公转；这种情况两颗恒星距离很近，甚至是相接双星，而行星距离这两颗恒星较远[20]。开普勒-16 [22]、开普勒-34，开普勒-35 [23]、开普勒-38 [24]、开普勒-47 [25]和开普勒-64 [26]都是 P-type 双星。

开普勒-47 双星系统的主星是一颗类太阳恒星，次星是一颗红矮星，它们的金属丰度约为0.011。主星和次星距离很近，所以潮汐作用很强，通过主星表面的黑子可以推断主星存在同步自转，估计次星也存在同步自转。有两颗行星围绕开普勒 47 双星公转，内行星的半径是地球半径的3.0倍，外行星的半径是地球半径的4.6倍[25]。由于这两颗行星的半径都比较大，可以断定它们都不是类地行星。

早期的研究认为，寄主恒星周围的宜居带的内、外边界只与寄主恒星的光度有关[9]。后来有人提出，宜居带的内、外边界还与寄主恒星的有效温度有关[27]-[30]。这是因为“温室效应”可以使类地行星表面的平均温度升高[31]，但是不同波长的电磁辐射产生的“温室效应”却各不相同的；众所周知，红外辐射产生的“温室效应”要比蓝光产生的“温室效应”强很多。寄主恒星的有效温度越低，红外辐射对总光度的贡献越大；红外辐射的贡献越大，当辐射能量一定的情况下，“温室效应”也就越明显[32]。Jones et al. (2006)不但定性地分析了寄主恒星的有效温度对宜居带内、外边界的影响，还定量地给出了宜居带内、

外边界的辐射流量随寄主恒星有效温度变化的关系式。本文以 Jones et al. (2006)的工作为基础，来计算 Kepler-47 双星系统周围的宜居带。

2. 开普勒-47 双星系统的轨道

2.1. 开普勒-47 双星系统主星和次星的轨道

开普勒-47 双星系统的主星和次星质量分别为 1.043 和 $0.362M_{\odot}$ [25]。主星和次星相互绕转的周期为 7.4484 天，根据双星修正后的开普勒第三定律：

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{G(M_{\text{主星}} + M_{\text{次星}})}{4\pi^2} \quad (1)$$

可以求出次星相对于主星公转的轨道半长轴为 $a = 0.08361$ AU。如果以主星和次星的公共质心为坐标原点，则主星和次星绕公共质心公转的轨道半长轴分别为：

$$a_{\text{主}} = \frac{M_{\text{次星}}}{M_{\text{主星}} + M_{\text{次星}}} a \quad (2)$$

$$a_{\text{次}} = \frac{M_{\text{主星}}}{M_{\text{主星}} + M_{\text{次星}}} a \quad (3)$$

代入数据，可以求出 $a_{\text{主星}} = 0.02154$ AU， $a_{\text{次星}} = 0.06207$ AU。

2.2. 开普勒-47 双星系统两颗行星的轨道

开普勒-47 双星系统属于 P-type 双星系统，主星和次星距离很近，而行星和恒星距离较远。可以近似认为两颗行星都围绕主星和次星的公共质心在公转。由于行星的质量比恒星的质量小很多，在本文中近似认为主星和次星的公共质心不动。主星和次星的总质量为 $M = M_{\text{主星}} + M_{\text{次星}}$ ，两颗行星的公转周期分别为 49.514 和 303.158 天，根据开普勒第三定律：

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2} \quad (4)$$

可以求出两颗行星公转的轨道半长轴分别为 0.29559 和 0.98927 AU。图 1 是次星和两颗行星的轨道示意图。本文在画图过程中，都保证恒星轨道、行星轨道按照真实比例画图，主星半径和次星半径的也按照真实比例画图，内行星半径和外行星半径也按照真实比例画图。但是，行星轨道、恒星半径和行星半径之间并没有按照真实比例画图；如果按照真实比例画图，恒星就显得太小了，而行星就看不见了。主星轨道半径太小，在图中被主星遮盖，所以没有画出主星的公转轨道。本文所有图中的中心点，指的是主星和次星的公共质心，该点也是次星和两颗行星公转轨道的圆心(焦点)。

表 1 列出了开普勒-47 双星系统的相关数据，其中质量、半径、有效温度、金属丰度和公转周期的数据引自 Orosz et al. (2012b) [25]，公转半径采用的是本文 2.1 节和 2.2 节的计算结果。

3. 开普勒-47 主星和次星周围的宜居带

Jones et al. (2006)给出了单星周围宜居带内、外边界的辐射流量[32]：

$$\frac{S_{in}}{S_{\odot}} = 4.190 \times 10^{-8} T_{eff}^2 - 2.139 \times 10^{-4} T_{eff} + 1.296 \quad (5)$$

$$\frac{S_{out}}{S_{\odot}} = 6.190 \times 10^{-9} T_{eff}^2 - 1.319 \times 10^{-5} T_{eff} + 0.2341 \quad (6)$$

Table 1. The related data of the Kepler-47 binary system
表 1. 开普勒-47 双星系统的相关数据

开普勒-47 天体	质量	半径	有效温度(K)	金属丰度	公转周期(天)	公转半径(AU)
主星	1.043 M_{\odot}	0.964 R_{\odot}	5636	0.011	7.4484	0.02154
次星	0.362 M_{\odot}	0.3506 R_{\odot}	3357	0.011	7.4484	0.06207
内行星		2.98 R_{\oplus}			49.514	0.29559
外行星		4.61 R_{\oplus}			303.158	0.98927

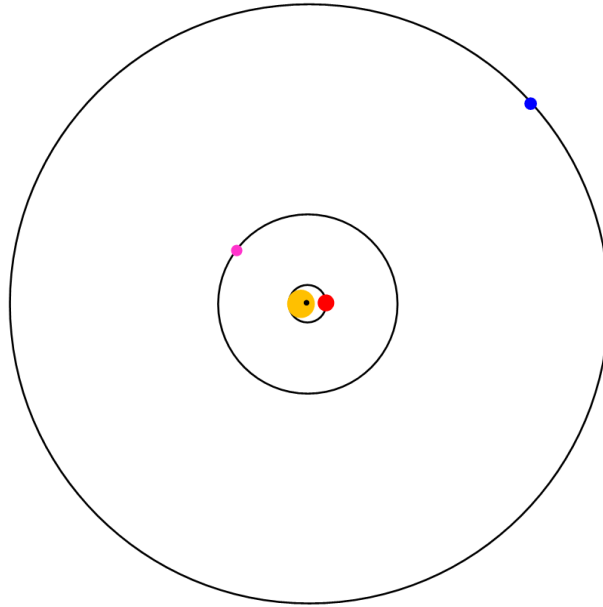


Figure 1. The orbit diagram for the Kepler-47 secondary star, inner planet and outer planet. The orange, red, pink and blue denote the primary star, secondary star, inner planet and outer planet, respectively

图 1. 开普勒-47 次星、内行星和外行星的轨道示意图。橙色、红色、粉色和蓝色分别表示主星、次星、内行星和外行星

其中 $S_{\odot} = 1.371 \times 10^3 \text{ J} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$ ，是太阳常数， T_{eff} 是寄主恒星的有效温度。Guo et al. (2009)给出了单星周围宜居带内、外边界的距离[33]:

$$\frac{d_{in}}{AU} = \sqrt{\frac{L S_{\odot}}{L_{\odot} S_{in}}} \quad (7)$$

$$\frac{d_{out}}{AU} = \sqrt{\frac{L S_{\odot}}{L_{\odot} S_{out}}} \quad (8)$$

开普勒-47 主星的有效温度为 5636 K，光度为 $0.840L_{\odot}$ [25]，可以算出单独由主星产生的宜居带的内、外边界的辐射流量分别为 1.4214 和 $0.3564S_{\odot}$ ，主星宜居带的内、外边界到主星的距离分别为 0.76875 和 1.53526 AU 。图 2 显示的是当主星和次星都位于 x 轴上，并且主星在 y 轴左侧时单独由主星产生的宜居带。以主星和次星的公共质心为坐标原点，此时主星的坐标是 $(-0.02154 \text{ AU}, 0)$ 。则主星宜居带的内边界与 x 轴的两个交点的坐标分别为 $(-0.79029 \text{ AU}, 0)$ 和 $(0.74721 \text{ AU}, 0)$ ；主星宜居带的外边界与 x 轴的两个相交点的坐标分别为 $(-1.55680 \text{ AU}, 0)$ 和 $(1.51372 \text{ AU}, 0)$ 。

开普勒-47 次星的有效温度为 3357 K, 光度为 $0.014L_{\odot}$ 。 [25], 可以算出单独由次星产生的宜居带的内、外边界的辐射流量分别为 1.0501 和 $0.2360S_{\odot}$, 次星宜居带的内、外边界到次星的距离分别为 0.11546 和 0.23224 AU。图 3 显示的是当主星和次星都位于 x 轴上, 并且次星在 y 轴侧时单独由次星产生的宜居带。以主星和次星的公共质心为坐标原点, 此时次星的坐标是 $(0.06207 \text{ AU}, 0)$ 。则次星宜居带的内边界与 x 轴的两个相交点的坐标分别为 $(-0.05339 \text{ AU}, 0)$ 和 $(0.17753 \text{ AU}, 0)$; 次星宜居带的外边界与 x 轴的两个交点的坐标分别为 $(-0.17017 \text{ AU}, 0)$ 和 $(0.29431 \text{ AU}, 0)$ 。

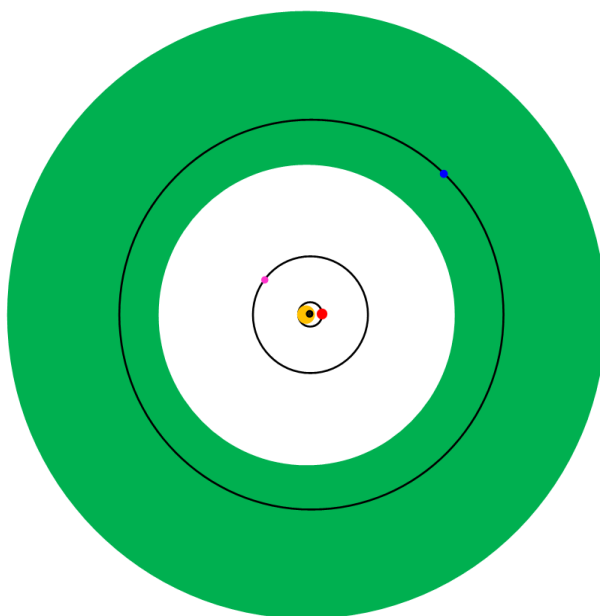


Figure 2. The habitable zone (green) of the Kepler-47 primary star
图 2. 开普勒-47 主星宜居带(绿色区域)

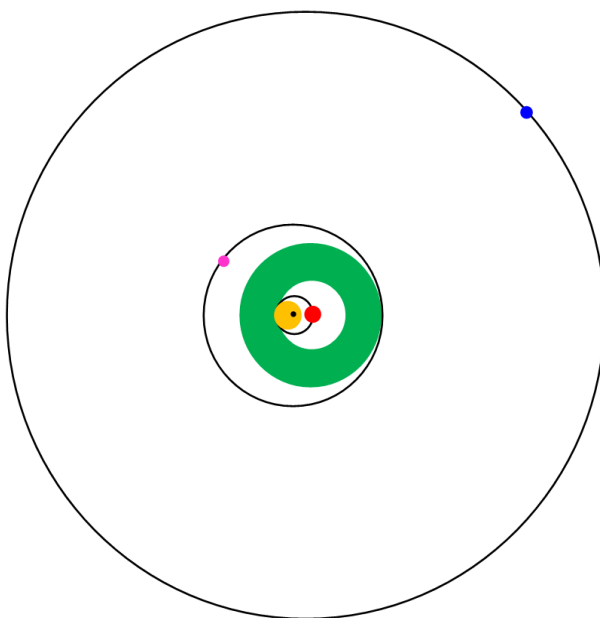


Figure 3. The habitable zone of the Kepler-47 secondary star
图 3. 开普勒-47 次星宜居带

4. 开普勒-47 双星系统周围的宜居带

4.1. 双星系统周围宜居带的内、外边界

双星公转轨道平面上的某点到主星和次星的距离分别表示为 r_1 和 r_2 ，接收到的主星和次星的辐射流量分别表示为 S_1 和 S_2 。双星系统周围宜居带的内边界上的某点到主星和次星的距离分别表示为 r_{1in} 和 r_{2in} ，接受到的主星和次星的辐射流量分别表示为 S_{1in} 和 S_{2in} 。双星系统周围宜居带的外边界上的某点到主星和次星的距离分别表示为 r_{1out} 和 r_{2out} ，接受到的主星和次星的辐射流量分别表示为 S_{1out} 和 S_{2out} 。单独由主星产生的宜居带的内、外边界的辐射流量分别表示为 $S_{主星in}$ 和 $S_{主星out}$ ，主星宜居带的内、外边界到主星的距离分别表示为 $r_{主星in}$ 和 $r_{主星out}$ 。单独由次星产生的宜居带的内、外边界的辐射流量分别表示为 $S_{次星in}$ 和 $S_{次星out}$ ，次星宜居带的内、外边界到次星的距离分别表示为 $r_{次星in}$ 和 $r_{次星out}$ 。

双星系统周围的某点会同时接受主星和次星的辐射，则双星系统周围宜居带的内、外边界上的辐射流量必然满足：

$$\frac{S_{1in}}{S_{主星in}} + \frac{S_{2in}}{S_{次星in}} = 1 \quad (9)$$

$$\frac{S_{1out}}{S_{主星out}} + \frac{S_{2out}}{S_{次星out}} = 1 \quad (10)$$

主星和次星的光度满足的关系式为：

$$L_{主星} = 4\pi r_{主星in}^2 S_{主星in} = 4\pi r_{主星out}^2 S_{主星out} = 4\pi r_{1in}^2 S_{1in} = 4\pi r_{1out}^2 S_{1out} \quad (11)$$

$$L_{次星} = 4\pi r_{次星in}^2 S_{次星in} = 4\pi r_{次星out}^2 S_{次星out} = 4\pi r_{2in}^2 S_{2in} = 4\pi r_{2out}^2 S_{2out} \quad (12)$$

联立(9)、(10)、(11)、(12)式，可以得出则双星宜居带的内、外边界的距离满足的条件为：

$$\frac{r_{主星in}^2}{r_{1in}^2} + \frac{r_{次星in}^2}{r_{2in}^2} = 1 \quad (13)$$

$$\frac{r_{主星out}^2}{r_{1out}^2} + \frac{r_{次星out}^2}{r_{2out}^2} = 1 \quad (14)$$

4.2. 开普勒-47 双星系统周围宜居带的内、外边界与 x 轴的交点坐标

本文第 3 节已经算出：主星宜居带的内边界到主星的距离为 0.76875 AU，次星宜居带的内边界到次星的距离为 0.11546 AU；主星的坐标为(-0.02154 AU, 0)，次星的坐标为(0.06207 AU, 0)。把这四个数据代入(13)式，就可以得到双星宜居带内边界与 x 轴交点(y=0)的横坐标的方程：

$$F_{in}(x) = \frac{0.76875^2}{(x+0.02154)^2} + \frac{0.11546^2}{(x-0.06207)^2} = 1 \quad (15)$$

显然(15)式是关于 x 的 4 次方程，没有解析解，只能求数值解。主星宜居带的内边界与 x 轴的两个交点的坐标分别为(-0.79029 AU, 0)和(0.74721 AU, 0)。而主星和次星对辐射流量都有贡献，所以双星宜居带的内边界距离主星会更远一些。可是次星光度仅仅是主星光度的 1/60，所以双星宜居带与主星宜居带相差并不大。

我们先求双星宜居带内边界与 x 轴负向的交点坐标，具体方法如下。第一步，以 0.01AU 为间隔，分别求 $F_{in}(-0.79)$ ， $F_{in}(-0.80)$ ， $F_{in}(-0.81)$ ， $F_{in}(-0.82)$ 和 $F_{in}(-0.83)$ 的值；计算结果显示 $F_{in}(-0.79) > 1$ ，而 $F_{in}(-0.80) < 1$ ；可以断定双星宜居带内边界与 x 轴负向的交点横坐标介于 -0.79 和 -0.80 AU 之间。第

第二步,以 0.001AU 为间隔,计算结果显示 $F_{in}(-0.797) > 1$, 而 $F_{in}(-0.798) < 1$; 可以断定双星宜居带内边界与 x 轴负向的交点横坐标介于 -0.797 和 -0.798AU 之间。第三步,以 0.0001AU 为间隔,计算结果显示 $F_{in}(-0.7972) > 1$, 而 $F_{in}(-0.7973) < 1$; 可以断定双星宜居带内边界与 x 轴负向的交点横坐标介于 -0.7972 和 -0.7973AU 之间。第四步,以 0.00001 AU 为间隔,计算结果显示 $F_{in}(-0.79726) = 0.999988$, $F_{in}(-0.79726)$ 与 1 最接近,所以双星宜居带内边界与 x 轴负向的交点坐标为 (-0.79726AU, 0)。重复这四个步骤,可以求出双星宜居带内边界与 x 轴正向的交点坐标为 (0.75795AU, 0)。这也就求出了双星宜居带内边界横坐标的取值范围: $-0.79726 \text{ AU} \leq x \leq 0.75795 \text{ AU}$ 。

主星宜居带的外边界到主星的距离为 1.53526 AU,次星宜居带的外边界到次星的距离为 0.23224 AU; 主星的坐标为 (-0.02154 AU, 0), 次星的坐标为 (0.06207 AU, 0)。把这四个数据代入(14)式, 就可以得到双星宜居带外边界与 x 轴交点(y=0)的横坐标的方程:

$$F_{out}(x) = \frac{1.53526^2}{(x+0.02154)^2} + \frac{0.23224^2}{(x-0.06207)^2} = 1 \quad (16)$$

主星宜居带的外边界与 x 轴的两个相交点的坐标分别为 (-1.55680 AU, 0) 和 (1.51372 AU, 0)。采用与上一段相同的数值求解方法, 就可以求出双星宜居带外边界与 x 轴的两个交点坐标为 (-1.57253 AU, 0) 和 (1.53321 AU, 0)。这也就求出了双星宜居带外边界横坐标的取值范围: $-1.57253 \text{ AU} \leq x \leq 1.53321 \text{ AU}$ 。

4.3. 开普勒-47 双星系统周围的宜居带

联立(13)、(15)式, 可以得出双星宜居带内边界的横坐标和纵坐标满足:

$$F_{in}(x, y) = \frac{0.76875^2}{(x+0.02154)^2 + y^2} + \frac{0.11546^2}{(x-0.06207)^2 + y^2} = 1 \quad (17)$$

整理可得:

$$y^4 + \left[(x+0.02154)^2 + (x-0.06207)^2 - 0.6043201 \right] y^2 + (x+0.02154)^2 (x-0.06207)^2 - \left[0.0133317(x+0.02154)^2 + 0.5909704(x-0.06207)^2 \right] = 0 \quad (18)$$

当 x 给定时, (18)式就是以 y^2 为变量的一元二次方程, 可以解出 y^2 (采用正数解, 舍去负数解), 进而求出 y (大小相等, 一正一负的两个解)。4.2 节已经求出双星宜居带内边界横坐标的取值范围是 $-0.79726 \text{ AU} \leq x \leq 0.75795 \text{ AU}$ 。在 $-0.797 \text{ AU} \leq x \leq 0.757 \text{ AU}$ 的范围, 以 0.001 AU 的间隔选取不同的 x 值, 根据(18)就可以解出相应的 y 值, 把这些坐标点连起来就是双星宜居带的内边界。

联立(14)、(16)式, 可以得出双星宜居带外边界的横坐标和纵坐标满足:

$$F_{out}(x, y) = \frac{1.53526^2}{(x+0.02154)^2 + y^2} + \frac{0.23224^2}{(x-0.06207)^2 + y^2} = 1 \quad (19)$$

整理可得:

$$y^4 + \left[(x+0.02154)^2 + (x-0.06207)^2 - 2.4109691 \right] y^2 + (x+0.02154)^2 (x-0.06207)^2 - \left[0.0539336(x+0.02154)^2 + 2.3570355(x-0.06207)^2 \right] = 0 \quad (20)$$

4.2 节已经求出双星宜居带外边界横坐标的取值范围是 $-1.57253 \text{ AU} \leq x \leq 1.53321 \text{ AU}$ 。在 $-1.572 \text{ AU} \leq x \leq 1.533 \text{ AU}$ 的范围, 以 0.001 AU 的间隔选取不同的 x 值, 根据(20)就可以解出相应的 y 值, 把这些坐标点连起来就是双星宜居带的外边界。双星宜居带内边界和外边界之间的区域就是双星宜居带,

如图 4 所示。

4.4. 开普勒-47 外行星与双星宜居带的关系

观测表明开普勒-47 双星相互绕转的轨道和内行星的公转轨道的偏率都很小[25]，所以本文中采取正圆近似是可以接受的。可是，观测还表明开普勒-47 外行星在 95% 的置信空间内，轨道偏率小于 0.411 [25]，这就应该区别对待。如果开普勒-47 外行星的公转轨道是正圆，则整个轨道都在双星宜居带中，如图 4 所示。如果开普勒-47 外行星的公转轨道是偏率为 0.411 的椭圆，则其公转轨道与双星宜居带又是什么样的关系呢？

开普勒-47 外行星的轨道半长轴为 0.98927 AU，根据椭圆轨道的性质，可以算出焦点到椭圆中心的距离为 0.40659 AU，轨道半短轴为 0.90185 AU。开普勒-47 外行星的轨道焦点就是双星系统的公共质心，开普勒-47 外行星通过近日点的时候，可能与主星在焦点的同一侧，如图 5 所示；也可能与主星在焦点的相反两侧，如图 6 所示。由于主星的光度约为次星光度的 60 倍，所以双星系统的宜居带由主星来主导；双星系统的宜居带的中心更接近主星而不是双星系统的公共质心。由于双星宜居带的中心和外行星轨道的焦点并不重合，所以图 5 和图 6 所示的情况就有一定的差异，需要区别对待。

在本文中，以公共质心为坐标原点，而焦点就在公共质心上；所以图 5 中开普勒-47 外行星的椭圆轨道中心的坐标为(0.40659 AU, 0)，近日点的坐标为(-0.58268 AU, 0)，远日点的坐标为(1.39586 AU, 0)。椭圆轨道方程为：

$$\frac{(x-0.40659)^2}{0.98927^2} + \frac{y^2}{0.90185^2} = 1 \quad (21)$$

整理(21)式可得：

$$y = \pm \sqrt{\frac{0.7959791 - 0.8133397(x - 0.40659)^2}{0.9786551}} \quad (22)$$

我们首先以 0.001 AU 的间隔选取不同的 x 值，根据(22)式解出 y 。

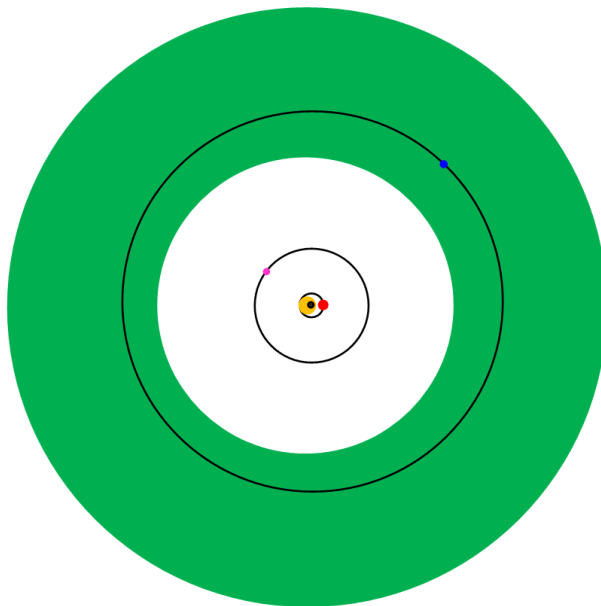


Figure 4. The habitable zone of the Kepler-47 binary system
图 4. 开普勒-47 双星系统的宜居带

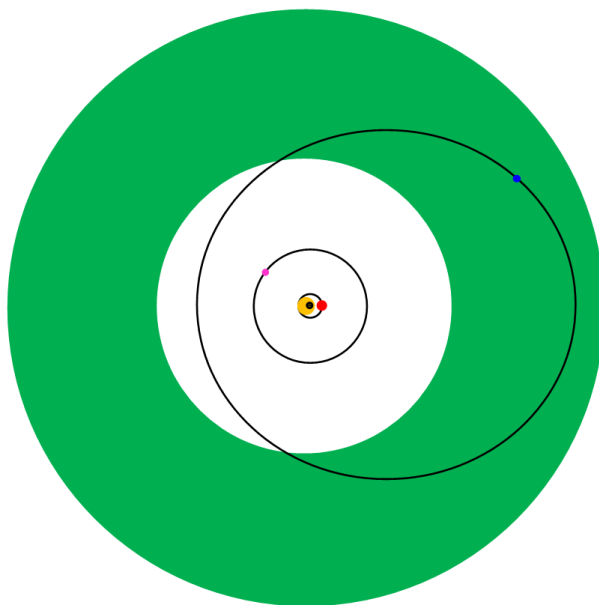


Figure 5. The diagram that the orbital perihelion of the Kepler-47 outer planet and the primary star are located at the same side
图 5. 开普-47 外行星的轨道近日点与主星在同一侧的示意图

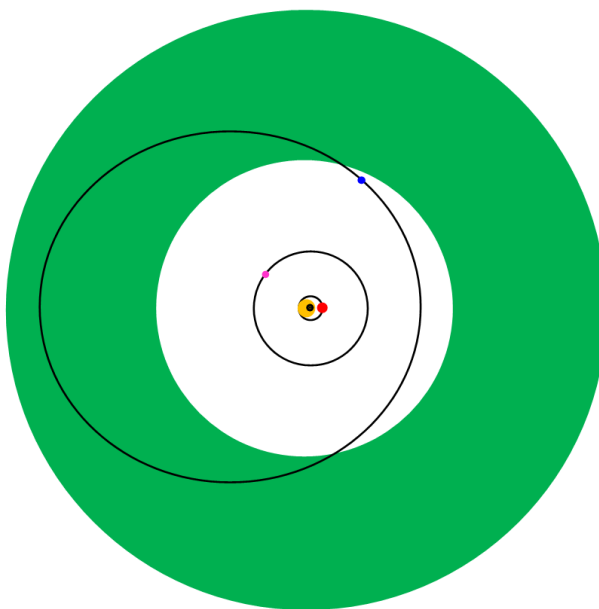


Figure 6. The diagram that the orbital perihelion of the Kepler-47 outer planet and the primary star are located at the two opposite sides
图 6. 开普-47 外行星的轨道近日点与主星在相反两侧的示意图

图 5 显示椭圆轨道与双星宜居带内边界有交叉，可是交点坐标很难用解析法求出，只能通过数值计算来求解，具体步骤如下。第一步，仔细对比椭圆轨道与双星宜居带内边界的坐标数据，发现当 $x = -0.104$ AU 时，椭圆轨道的纵坐标小于双星宜居带内边界的纵坐标；而当 $x = -0.103$ AU 时，椭圆轨道的纵坐标大于双星宜居带内边界的纵坐标。第二步，在 -0.104 AU 和 -0.103 AU 之间以 0.0001 AU 的间隔选取不同

的 x 值, 当 $x = -0.1035$ AU 时, 椭圆轨道的纵坐标小于双星宜居带内边界的纵坐标; 而当 $x = -0.1034$ AU 时, 椭圆轨道的纵坐标大于双星宜居带内边界的纵坐标。第三步, 在 -0.1035 AU 和 -0.1034 AU 之间以 0.00001 AU 的间隔选取不同的 x 值, 当 $x = -0.10344$ AU 时, 椭圆轨道的纵坐标的绝对值 (0.77275523 AU) 与双星宜居带内边界的纵坐标的绝对值 (0.77275670 AU) 最接近; 这就求出了椭圆轨道与双星宜居带内边界的两个交点的坐标: $(-0.10344$ AU, 0.77276 AU) 和 $(-0.10344$ AU, -0.77276 AU)。

根据两个交点的坐标, 可以求出两个交点和坐标原点(椭圆轨道的焦点)组成的三角形的面积为 0.07990200 AU²。两个交点的连线和两个交点之间的椭圆弧线组成的椭圆弓形面积很难解析法求出, 只能通过数值计算来求解, 具体步骤如下。第一步, 根据近日点坐标和两个交点坐标可以确定椭圆弧线的横坐标取值范围是 -0.58268 AU $\leq x \leq -0.10344$ AU。第二步, 在 -0.582 AU $\leq x \leq -0.104$ AU 的范围, 以 0.001 AU 的间隔选取不同的 x 值, 列出相应的 y 值; 这样就可以把椭圆弓形面积分成 479 个小梯形和 1 个小三角形。第三步, 分别求出这 479 个小梯形和 1 个小三角形的面积, 再求和, 就求出了椭圆弓形的面积: 0.52402848 AU²。

这样就可以求出两个交点和坐标原点(椭圆轨道焦点)组成的扇形面积为 0.60393048 AU²。根据椭圆轨道半长轴和半短轴的数据, 可以算出整个椭圆的面积为 2.80285549 AU², 进而求出扇形面积占椭圆面积的 21.547%。根据开普勒第二定律, 可以算出开普勒-47 外行星有 21.547% 的时间不在双星宜居带中, 而有 78.453% 的时间处在双星宜居带中。开普勒-47 外行星的公转周期为 303.158 天 [25], 可以算出开普勒-47 外行星在一个公转周期内有 65.321 天不在双星宜居带中, 而有 237.837 天处在双星宜居带中。

对于图 6 所示的情境, 普勒-47 外行星的椭圆轨道中心的坐标为 $(-0.40659$ AU, $0)$, 近日点的坐标为 $(0.58268$ AU, $0)$, 远日点的坐标为 $(-1.39586$ AU, $0)$ 。椭圆轨道方程为:

$$\frac{(x+0.40659)^2}{0.98927^2} + \frac{y^2}{0.90185^2} = 1 \quad (23)$$

整理(23)式可得:

$$y = \pm \sqrt{\frac{0.7959791 - 0.8133397(x+0.40659)^2}{0.9786551}} \quad (24)$$

然后, 我们采用相同的方法可以算出两个交点的坐标为 $(0.11705$ AU, 0.76515 AU) 和 $(0.11705$ AU, -0.76515 AU), 扇形面积为 0.59265807 AU²; 开普勒-47 外行星在一个公转周期内有 64.102 天不在双星宜居带中, 而有 239.056 天处在双星宜居带中。

5. 与前人工作对比

Orosz et al. (2012b) 给出次星相对于主星公转的半长轴为 0.0836 AU, 内行星的轨道半长轴为 0.2956 AU, 外行星的轨道半长轴为 0.989 AU [25]。我们根据开普勒-47 双星系统主星和次星的质量, 次星的公转周期、两颗行星的公转周期; 算出次星相对于主星公转的半长轴为 0.08361 AU, 内行星的轨道半长轴(相对于主星和次星的公共质心)为 0.29559 AU, 外行星的轨道半长轴(相对于主星和次星的公共质心)为 0.98927 AU。可见, 我们求出的开普勒-47 双星系统中的轨道半长轴与 Orosz et al. (2012b) 给出的数据几乎完全相等。Orosz et al. (2012b) 指出开普勒-47 内行星不在宜居带中, 而外行星处在宜居带中 [25]。我们的计算结果表明内行星轨道半长轴比双星宜居带的内边界要小很多, 不在双星宜居带中。如果外行星的轨道是正圆, 则外行星的整个轨道都处在宜居带中。我们求出的双星宜居带数据与 Orosz et al. (2012b) 的结论也是相符合的。

Haghighipour 与 Kaltenegger (2013) 计算了开普勒-47 双星系统的宜居带; 分狭窄宜居带和经验宜居带

两组数据。狭窄宜居带的内、外边界半径分别为 0.904 和 1.569 AU；而经验宜居带的内、外边界半径分别为 0.697 和 1.664 AU [20]。在本文 4.2 节中，我们求出的开普勒-47 双星系统宜居带的内边界与 x 轴的两个交点坐标为(-0.79726 AU, 0)和(0.75795 AU, 0)；宜居带外边界与 x 轴的两个交点坐标为(-1.57253AU, 0)和(1.53321 AU, 0)。可以求出双星宜居带内、外边界的平均半径分别为 0.77761 和 1.55287 AU。可见，我们求出的双星宜居带正好介于 Haghhighipour 与 Kaltenegger (2013)求出的狭窄宜居带和经验宜居带之间。Haghhighipour 与 Kaltenegger (2013)在考虑外行星偏率的情况下，对比了外行星轨道与宜居带的关系，外行星整体上处于宜居带中，可是在近日点附近并不在宜居带中[20]。本文 4.4 节的计算结果不但给出了相同的结论，还计算出外行星在一个公转周期内，有 237.837 至 239.056 天处在宜居带中，而有 64.102 至 65.321 天不在宜居带中。

6. 总结

本文首先根据 Orosz et al. (2012b)对开普勒-47 双星系统的观测数据算出主星、次星、内行星和外行星的轨道半长轴。我们以 Jones et al. (2006)和 Guo et al. (2009)的工作为基础，首先分别求出单独由开普勒-47 主星产生的宜居带，以及单独由开普勒-47 次星产生的宜居带。然后，我们推导出求解双星宜居带的一般公式；再根据开普勒-47 双星系统的相关数据，采用数值法求出了普勒-47 双星系统的宜居带。我们的计算结果显示：内行星不在双星宜居带中；外行星如果是正圆轨道，则它就一直处在双星宜居带中，外行星如果是椭圆，则它有时处在双星宜居带中，有时不在双星宜居带中。外行星的轨道如果是椭圆，又分两种情况；我们分别用数值法求出椭圆轨道与双星宜居带的交点坐标，再用数值法求出扇形面积，根据开普勒第二定律，最后求出外行星在一个公转周期内究竟有多长时间处在双星宜居带中，有多长时间不在双星宜居带中。

基金项目

本项研究工作得到了普洱学院自然科学基金(基金号：K2015030)、云南省教育厅自然科学基金(基金号：2012Y 和 2014Y)和国家自然科学基金(基金号：11265012)的支持。

参考文献 (References)

- [1] Marois C, Macintosh B, Barman T, et al. *Sci.*, 2008, 322: 1348 <http://dx.doi.org/10.1126/science.1166585>
- [2] Borucki W J, Koch D G, Batalha N, et al. *ApJ*, 2012, 745: 120 <http://dx.doi.org/10.1088/0004-637X/745/2/120>
- [3] Borucki WJ, Agol E, Fressin F, et al. *Sci.*, 2013, 340: 587 <http://dx.doi.org/10.1126/science.1234702>
- [4] Pepe F, Cameron AC, Latham D W, et al. *Natur.*, 2013, 503: 377 <http://dx.doi.org/10.1038/nature12768>
- [5] Jenkins J M, Twicken J D, Batalha N M, et al. *AJ*, 2015, 150: 56
- [6] Williams D M, Kasting J F. *Icarus*, 1997, 129: 254 <http://dx.doi.org/10.1006/icar.1997.5759>
- [7] Menou K, Tabachnik S. *ApJ*, 2003, 583: 473 <http://dx.doi.org/10.1086/345359>
- [8] Valencia D, O'Connell R J, Sasselov D. *Icar.*, 2006, 181: 545 <http://dx.doi.org/10.1016/j.icarus.2005.11.021>
- [9] Kasting J F, Whitmire D P, Reynolds R T. *Icar.*, 1993, 101: 108 <http://dx.doi.org/10.1006/icar.1993.1010>
- [10] Hart M H. *Icar.*, 1978, 33: 23 [http://dx.doi.org/10.1016/0019-1035\(78\)90021-0](http://dx.doi.org/10.1016/0019-1035(78)90021-0)
- [11] Franck S, von Bloh W, Bounama C, et al. *JGR*, 2000, 105: 1651
- [12] Noble M, Musielak Z E, Cuntz M. *ApJ*, 2002, 572: 1024 <http://dx.doi.org/10.1086/340430>
- [13] von Bloh W., Bounama C, Cuntz M, Franck S. *A&A*, 2007, 476: 1365
- [14] Vladilo G, Murante G, Silva L, et al. *ApJ*, 2013, 767: 65 <http://dx.doi.org/10.1088/0004-637X/767/1/65>
- [15] Kopparapu R K. *ApJL*, 2013, 767: L8 <http://dx.doi.org/10.1088/2041-8205/767/1/L8>
- [16] Williams D M, Kasting J F, Wade R A. *Natur.*, 1997, 385: 234 <http://dx.doi.org/10.1038/385234a0>

- [17] Duquennoy A, Mayor M. A&A, 1991, 248: 485
- [18] Richichi A, Leinert Ch, Jameson R, Zinnecker H. A&A, 1994, 287: 145
- [19] Kaltenecker L, Haghighipour N. ApJ, 2013, 777: 165 <http://dx.doi.org/10.1088/0004-637X/777/2/165>
- [20] Haghighipour N, Kaltenecker L. ApJ, 2013, 777: 166 <http://dx.doi.org/10.1088/0004-637X/777/2/166>
- [21] Chauvin G, Beust H, Lagrange A M, Eggenberger A. A&A, 2011, 528: 8
- [22] Doyle L R, Carter J A, Fabrycky D C, et al. Sci., 2011, 333: 1602 <http://dx.doi.org/10.1126/science.1210923>
- [23] Welsh W F, Orosz J A, Carter, J A, et al. Natur., 2012, 481: 475 <http://dx.doi.org/10.1038/nature10768>
- [24] Orosz J A, Welsh W F, Carter J A, et al. ApJ, 2012, 758: 87 <http://dx.doi.org/10.1088/0004-637X/758/2/87>
- [25] Orosz J A, Welsh W F, Carter J A, et al. Sci., 2012, 337: 1511
- [26] Schwamb M E, Orosz J A, Carter J A, et al. ApJ, 2013, 768: 127 <http://dx.doi.org/10.1088/0004-637X/768/2/127>
- [27] Forget F, Pierrehumbert R T. Sci., 1997, 278: 1273 <http://dx.doi.org/10.1126/science.278.5341.1273>
- [28] Williams D M, Kasting J F. Icar., 1997, 129: 254 <http://dx.doi.org/10.1006/icar.1997.5759>
- [29] Mischna M A, Kasting J F, Pavlov A, Freedman R. Icar., 2000, 145: 546 <http://dx.doi.org/10.1006/icar.2000.6380>
- [30] Jones B W. Life in the Solar System and beyond. London: Springer, 2004 <http://dx.doi.org/10.1007/978-1-85233-897-8>
- [31] Clube S V M, Hoyle F, Napier W M, Wickramasinghe N C. Ap&SS, 1996, 245: 43 <http://dx.doi.org/10.1007/BF00637802>
- [32] Jones B W, Sleep P N, Underwood D R. ApJ, 2006, 649: 1010 <http://dx.doi.org/10.1086/506557>
- [33] Guo J P, Zhang F H, Chen X F, Han Z W. Ap&SS, 2009, 323: 367 <http://dx.doi.org/10.1007/s10509-009-0081-z>

期刊投稿者将享受如下服务:

1. 投稿前咨询服务 (QQ、微信、邮箱皆可)
2. 为您匹配最合适的期刊
3. 24 小时以内解答您的所有疑问
4. 友好的在线投稿界面
5. 专业的同行评审
6. 知网检索
7. 全网络覆盖式推广您的研究

投稿请点击: <http://www.hanspub.org/Submission.aspx>