

Total Transmission and Total Reflection of Acoustic Wave in Zero-Index Metamaterial with Defects Possessing Negative Parameters

Yue Qin, Yongxing Wang, Ping Xu*

College of Physics, Optoelectronics and Energy, Soochow University, Suzhou Jiangsu
Email: qysuda@qq.com, *pxu@suda.edu.cn

Received: Nov. 5th, 2016; accepted: Nov. 17th, 2016; published: Nov. 28th, 2016

Copyright © 2016 by authors and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

Abstract

In this work, the transmission properties of acoustic wave through a two dimensional isotropic zero-index metamaterial waveguide embedded with rectangular defects have been investigated. It is well known that total transmission and total reflection of acoustic wave can be achieved by embedding a proper defect with positive parameters into zero-index metamaterial. We have also found that total transmission and total reflection of acoustic wave can also be achieved when mass density and bulk modulus of defects are proper negative values simultaneously. Our results have been verified by finite element simulations. In addition, the sound pressure field in the defect presents different mode distributions when total transmission or total reflection occurs. In discussing several defects embedded into zero-index metamaterial, abnormal transmission occurs if the parameters of each of the two defects are opposite to each other. Particularly, we make use of two defects to achieve total transmission, while total reflection occurs when these two defects are embedded into zero-index metamaterial individually. This interesting phenomenon can be potentially applied in acoustic cloaking.

Keywords

Acoustic Metamaterial, Zero-Index, Negative Mass Density

*通讯作者。

声波在含负参数缺陷的零折射率超材料中的全透射和全反射

秦 跃, 王勇幸, 须 萍*

苏州大学物理与光电·能源学部, 江苏 苏州

Email: qysuda@qq.com, *pxu@suda.edu.cn

收稿日期: 2016年11月5日; 录用日期: 2016年11月17日; 发布日期: 2016年11月28日

摘 要

这个工作研究了声波在含矩形缺陷的二维各向同性零折射率超材料波导中的传播性质。我们知道在零折射率超材料波导中嵌入合适的正参数缺陷能够实现声波的全透射和全反射, 但我们发现当缺陷的质量密度和体积弹性模量同时为合适的负数时, 同样能够实现声波的全透射和全反射, 并通过有限元模拟得到了验证。此外, 在全透射和全反射情形下, 缺陷中的声压场呈现出了不同的模态分布。全透射发生时, 缺陷中的声压场呈现出的是很多个模态叠加的结果, 而全反射发生时呈现出某个模态的分布。在讨论零折射率超材料波导中含有多个缺陷时, 我们发现当波导中嵌有偶数个缺陷, 并且每两个缺陷的参数互为相反数时, 会实现反常的透射现象。我们利用两个单独嵌入零折射率超材料中时导致声波全反射的缺陷实现了声波的全透射, 这一有趣的现象在声隐身上有着潜在的应用。

关键词

声学超材料, 零折射率, 负质量密度

1. 引言

声学零折射率超材料是指质量密度和体积弹性模量单一为零或者同时为零的超材料, 实验上利用具有狄拉克锥的声子晶体[1] [2] [3]或空间盘绕结构[4]能够有效的实现这种材料。由于声波在这种零折射率超材料中的波长趋于无穷大, 因此在一个有限大小的二维零折射率超材料中声波的相位变化几乎为零, 从而声压场在整个零折射率超材料中表现出均匀性。这是一种稳健的均匀场, 在二维零折射率超材料中嵌入缺陷并不会影响声压场的均匀性, 但会在很大程度上影响零折射率超材料的透射或辐射性质。基于此, 通过改变缺陷的几何参数或声学参数可以有效的调节零折射率超材料的透射或辐射性质。

利用缺陷来调节二维声学零折射率超材料透射性质的想法最早是在 2013 年由 Wei 等人提出的, 他们在零折射率超材料中加入圆柱形的弹性缺陷, 提出了声波在其中传播时能够实现全透射以及全反射的多种方法[5]。接着, Wang 等人考虑了更一般的圆柱形固体缺陷, 在保证缺陷的其它参数不变的前提下, 通过改变缺陷的半径实现了声波的全透射以及全反射[6]。然而, 在实现声波全透射和全反射的方法上, 他们都忽视了缺陷的声学参数为负数的情形。近年来, 随着对声学超材料的深入研究, 实现负质量密度[7] [8] [9]、负体积弹性模量[10] [11]以及质量密度和体积弹性模量同时为负数[12] [13]

[14] [15] [16]的局域共振结构越来越多的被提出来。例如橡胶包裹的铅球在环氧树脂基体中排列成的面心立方结构在其共振频率附近可以实现负的有效质量密度[9]; 沿一个方向周期排列的亥姆霍兹共振器在其共振频率附近可以实现负的有效体积弹性模量[11]; 含气泡的水粒和橡胶包裹的金球置于同一环氧树脂基体中形成的具有复式点阵的闪锌矿类型结构可以实现有效质量密度和有效体积弹性模量同时为负数[14]。此外, 在他们的工作中, 缺陷的形状都只局限在圆柱形, 并且在做数值模拟时只讨论了单个缺陷的情形。

因此, 在这项工作中, 我们研究了声波在嵌有矩形缺陷的二维零折射率超材料波导结构中的透射性质。通过选取合适的负参数缺陷, 实现了声波的全透射和全反射。在对负参数缺陷中的模态进行深入分析时, 我们发现缺陷中的声压场仍是一种共振的驻波场, 并在全透射和全反射情形下呈现出了不同的模态分布。此外, 在讨论零折射率超材料中嵌有多个缺陷的情形时, 我们用两个单独嵌入时都会导致声波全反射的缺陷实现了声波的全透射, 这一新奇的现象只有当零折射率超材料中嵌入两个参数互为相反数的缺陷时才会出现, 对于两个缺陷的参数都为正参数或者负参数的情形是不会出现的。这为实现声隐身提供了一种新的方法。

2. 模型及理论推导

图 1 所示的是一个二维声学波导, 其中区域 0 和区域 3 填充着水, 其材料参数为 $\rho_0 = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\kappa_0 = 2.22 \text{ GPa}$, 区域 1 为零折射率超材料, 其材料参数为 $\rho_1 = 0.0001\rho_0$, $\kappa_1 = 10000\kappa_0$, 区域 1 的宽度为 d , 高度为 h 。区域 2 为区域 1 内嵌入的 N 个任意放置的矩形缺陷, 其材料参数分别为 ρ_{2j} 和 κ_{2j} (ρ 是质量密度, κ 是体积弹性模量, $j = 1, 2, \dots, N$), 波导的上下边界为硬墙。

假设一束平面声波 $P_0 e^{i(k_0 x - \omega t)}$ 从左边沿着 x 方向入射进此波导结构, 由于声波在一种均匀介质中传播时满足连续性方程和牛顿方程

$$\nabla \cdot \mathbf{v} - \frac{1}{\kappa} \frac{\partial p}{\partial t} = 0, \nabla p + \rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

其中, p 代表声压, \mathbf{v} 代表质点振动速度。因此我们可以将区域 0 和区域 3 的声压和质点振动速度分别表示为(我们忽略了 $e^{-i\omega t}$ 一项)

$$\begin{aligned} p_0 &= P_0 (e^{ik_0 x} + r e^{-ik_0 x}), v_0 = \frac{P_0}{z_0} [e^{ik_0 x} - r e^{-ik_0 x}] \\ p_3 &= t P_0 e^{ik_0(x-d)}, v_3 = \frac{t P_0}{z_0} e^{ik_0(x-d)} \end{aligned} \quad (2)$$

其中, P_0 为入射声波的幅值, $k_0 = \omega \sqrt{\rho_0 \kappa_0^{-1}}$ 为声波在水中的波数, $z_0 = \sqrt{\rho_0 \kappa_0}$ 为水的阻抗, r 和 t 分别为反射和透射系数, f 为入射声波的频率。

根据(1)式, 在区域 1 中有 $v_1 = -\frac{i \nabla p_1}{\rho_1 \omega}$, 由于 $\rho_1 \rightarrow 0$, 因此为保证 v_1 为有限值, p_1 一定是常数, 也就是说区域 1 中的声压是一个均匀场。区域 2 中每个缺陷内的声压均满足声波方程

$$\begin{cases} \nabla^2 p_{2j} + k_{2j}^2 p_{2j} = 0 \\ p_{2j}|_{l_j} = p_1 \end{cases} \quad (3)$$

其中, $k_{2j} = \omega \sqrt{\rho_{2j} \kappa_{2j}^{-1}}$, l_j 表示第 j 个缺陷的边界。利用分离变量法解(3)式我们得到缺陷中的声压和质点振动速度分别为

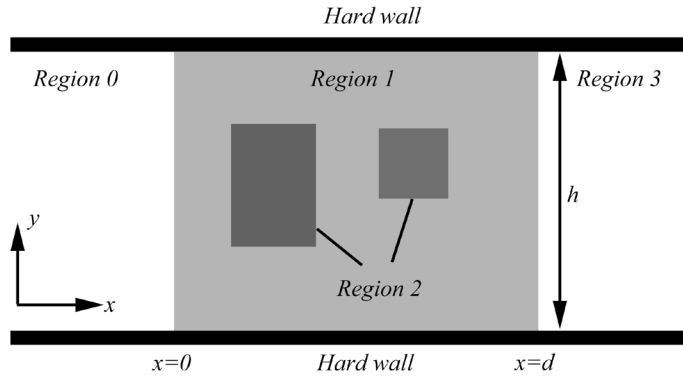


Figure 1. Schematic drawing of a 2D waveguide structure.

图 1. 二维声学波导结构的示意图

$$\begin{aligned}
 p_{2j} &= p_1 + p_1 \sum_{nm} C_{nm} \sin \frac{n\pi x}{a_{2j}} \sin \frac{m\pi y}{b_{2j}} \\
 v_{2j} &= \left(-\frac{ip_1}{\rho_{2j}\omega} \right) \sum_{nm} C_{nm} \left(\frac{n\pi}{a_{2j}} \cos \frac{n\pi x}{a_{2j}} \sin \frac{m\pi y}{b_{2j}} + \frac{m\pi}{b_{2j}} \sin \frac{n\pi x}{a_{2j}} \cos \frac{m\pi y}{b_{2j}} \right) \\
 C_{nm} &= \frac{-4k_{2j}^2}{\left[k_{2j}^2 - \left(\frac{n\pi}{a_{2j}} \right)^2 - \left(\frac{m\pi}{b_{2j}} \right)^2 \right] mn\pi^2} \left[1 - (-1)^n \right] \left[1 - (-1)^m \right]
 \end{aligned} \quad (4)$$

对零折射率超材料区域运用质量守恒定律的积分形式 $\int_s \frac{\rho}{\kappa} \frac{\partial p}{\partial t} dS = -\oint_l \rho v \cdot ndl$, 代入(2)和(4)式相应的结果, 最终得到透射系数的表达式为:

$$t = \frac{1}{1 + \sum_{j=1}^N \frac{i z_0}{2h\omega} L(j)} \quad (5)$$

其中, $L(j) = \sum_{nm} \frac{C_{nm}}{\rho_{2j}} \left(\frac{ma_{2j}}{nb_{2j}} - \frac{nb_{2j}}{ma_{2j}} \right) \left[1 - (-1)^n \right] \left[1 - (-1)^m \right]$, 我们称其为缺陷函数。

3. 仿真及分析

由(5)式可知, 当满足 $L(j) = 0$ 时, $t = 1$, 全透射便会发生, $L(j) = 0$ 的一个可能解为 m 、 n 至少一个是偶数并且 $k_{2j}^2 = \left(n\pi/a_{2j} \right)^2 + \left(m\pi/b_{2j} \right)^2$; 而当某一个缺陷的 $L(j) \rightarrow \infty$ 时, $t = 0$, 全反射便会发生, $L(j) \rightarrow \infty$ 的一个可能解为 m 、 n 同时是奇数并且 $k_{2j}^2 = \left(n\pi/a_{2j} \right)^2 + \left(m\pi/b_{2j} \right)^2$ 。我们称 $k_{2j}^2 = \left(n\pi/a_{2j} \right)^2 + \left(m\pi/b_{2j} \right)^2$ 为全透射和全反射发生时需要共同满足的条件式。下面我们结合有限元仿真软件 COMSOL Multi-physics 的数值模拟结果作进一步分析。在数值模拟中, 选取入射声波的幅值 $P_0 = 1 \text{ Pa}$, 入射频率 $f = 3725 \text{ Hz}$ 。

先考虑单个缺陷的情形, 选取矩形缺陷的宽度 $a_2 = 0.1 \text{ m}$, 高度 $b_2 = 0.2 \text{ m}$, 体积弹性模量 $\kappa_2 = -\kappa_0$ 。根据条件式我们得到缺陷的质量密度解为

$$\rho_2 = -(4n^2 + m^2)\rho_0 \quad (6)$$

将 $m = 2, n = 1$ 和 $m = 2, n = 2$ 代入(6)式, 分别得到 $\rho_2 = -8\rho_0$ 和 $\rho_2 = -20\rho_0$, 图 2(a)和图 2(c)分别给出了此时的声压场分布图, 可以看到, 声波通过波导时发生了全透射; 将 $m = 3, n = 1$ 和 $m = 1, n = 3$ 代入(6)式,

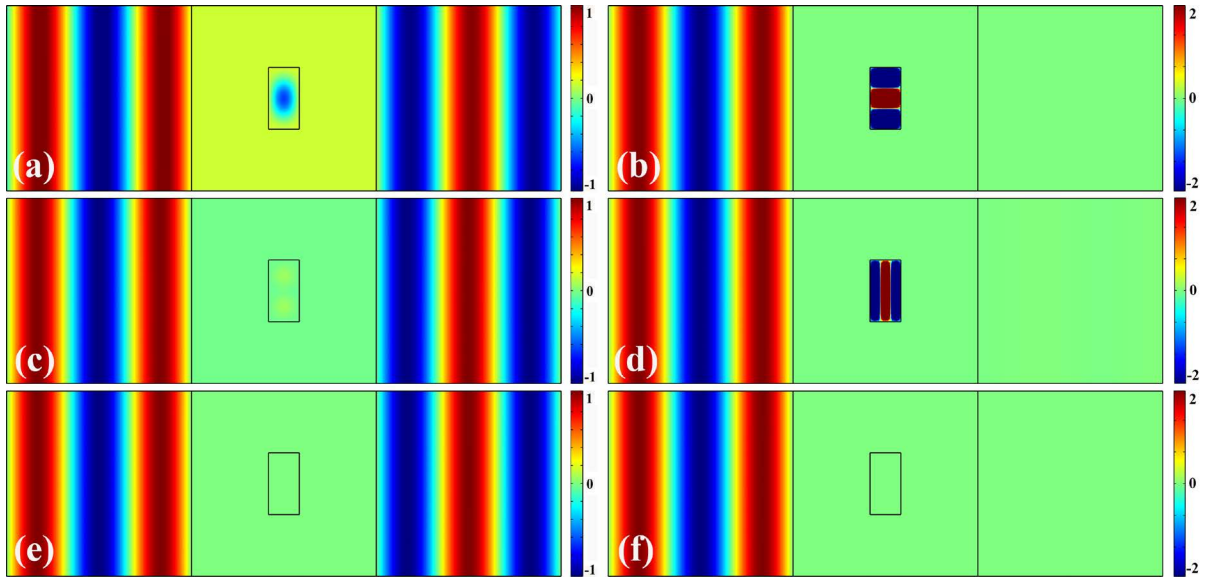


Figure 2. Snapshots of pressure field distributions in a zero-index acoustic metamaterial embedded with one rectangular defect: (a) $\rho_2 = -8\rho_0$; (b) $\rho_2 = -13\rho_0$; (c) $\rho_2 = -20\rho_0$; (d) $\rho_2 = -37\rho_0$; (e) The boundary of the defect is ideal rigid; (f) The boundary of the defect is ideal soft

图 2. 零折射率声学超材料中嵌入一个矩形缺陷时的声压场分布图; (a) $\rho_2 = -8\rho_0$; (b) $\rho_2 = -13\rho_0$; (c) $\rho_2 = -20\rho_0$; (d) $\rho_2 = -37\rho_0$; (e) 缺陷的边界是理想硬边界; (f) 缺陷的边界是理想软边界

分别得到 $\rho_2 = -13\rho_0$ 和 $\rho_2 = -37\rho_0$ ，相应的声压场分布如图 2(b)和图 2(d)所示，可以看到，声波通过波导时发生了全反射，模拟结果与理论分析结果完全一致。

图 2(e)和图 2(f)分别为缺陷的边界为理想硬边界和理想软边界时的声压场分布图。我们注意到缺陷中存在比较强的共振，也正是这种共振使得缺陷的边界在全透射和全反射的情形下表现得分别像理想硬边界和理想软边界。缺陷中因共振而产生了驻波，当驻波的某个波节点恰好落在缺陷的边界时，则整个缺陷边界的声压为零(即为等效的理想软边界)。根据声压的边界连续性，零折射率超材料中的声压会强制变成零，因此，入射的声波不能通过零折射率超材料，便发生了全反射。然而，一般来说，驻波的波节点并不会恰好落在缺陷的边界上，在某些共振模式下，缺陷的边界可以看作是等效的理想硬边界，而具有理想硬边界的缺陷并不会影响声波在零折射率超材料中的传播，全透射便会发生。

下面我们对矩形缺陷中的模态进行深入分析。由(4)式我们可以发现缺陷中的声压场其实是很多个不同模态的叠加，每个模态对应的系数为 C_{mm} 。在全反射发生的情形下，缺陷中的声压场只会显现出对应系数为无穷大的模态，而其它模态的系数与其相比由于非常小，因此对应的模态并不会显现出来。在图 2(b)中，由于此时 $C_{13} \rightarrow \infty$ ，因此缺陷中只会显现出 C_{13} 所对应模态的声压场分布，即声波在 x 方向的相位有 1 个半波长的变化，在 y 方向上的相位有 3 个半波长的变化。同样地，在图 2(d)中，此时 $C_{31} \rightarrow \infty$ ，因此缺陷中只会显现出 C_{31} 所对应模态的声压场分布，即声波在 x 方向的相位有 3 个半波长的变化，在 y 方向上的相位有 1 个半波长的变化。可以看到，缺陷中声波的相位呈现出一种规律性的变化。而对于全透射的情形来说，由于任意的系数 C_{mm} 都是一个有限大小的值，因此缺陷中显现出的是很多个模态叠加的结果，如图 2(a)和图 2(c)所示。全反射和全透射的这种区别可以用(4)式来解释，不难发现，缺陷中的声压其实是很多个余弦函数的叠加。全反射情形下，由于某一个系数 C_{mm} 趋于无穷大，缺陷中的声压可以近似看作只由一个余弦函数构成，因此会呈现出规律性的变化；而全透射情形下，由于任意的系数 C_{mm} 都是一个有限大小的值，缺陷中的声压是很多个余弦函数的叠加，因此不会呈现出规律性的变化。

进一步考虑多个缺陷的情形, 由前面对(5)式的分析可知, 若零折射率超材料中嵌入的所有缺陷都满足 $L(j)=0$, 则全透射会发生; 若其中某一个缺陷满足 $L(j) \rightarrow \infty$, 则不论其它缺陷的 $L(j)$ 为何值, 全反射都会发生。两个缺陷的模拟结果如图 3 所示, 图 3 中所有的缺陷有着相同的体积弹性模量 $-\kappa_0$, 宽度 0.1 m 和高度 0.2 m。在图 3(a)中, 嵌入的两个缺陷的质量密度分别为 $\rho_{21} = -8\rho_0$ 和 $\rho_{22} = -20\rho_0$, 满足 $L(j)=0$ 的全透射条件, 可以看到入射的声波全部通过了零折射率超材料; 在图 3(b)中, 嵌入的两个缺陷的质量密度分别为 $\rho_{21} = -13\rho_0$ 和 $\rho_{22} = -20\rho_0$, 分别满足 $L(j) \rightarrow \infty$ 的全反射条件和 $L(j)=0$ 的全透射条件, 可以看到入射的声波被零折射率超材料全部挡回, 模拟结果与理论分析结果完全一致。

在(4)、(5)两式中, 若选取缺陷的体积弹性模量为 κ_0 并且几何大小保持不变, 则(6)式的解变为 $\rho_2 = (4n^2 + m^2)\rho_0$, 这意味着当图 2 和图 3 中所有缺陷的质量密度和体积弹性模量同时取其相反数时, 声波的透射情况仍然不变。以图 2(d)为例, 若缺陷的质量密度取 $37\rho_0$, 体积弹性模量取 κ_0 , 则声波通过含矩形缺陷的波导仍然会发生全反射, 如图 4(a)所示。然而, 当我们在图 4(a)中的零折射率超材料中继续嵌入一个参数为 $\rho_2 = -37\rho_0, \kappa_2 = -\kappa_0$ 的缺陷时, 声波通过波导时竟发生了全透射, 如图 4(b)所示。这意味着我们用两个单独嵌入时导致声波全反射的缺陷实现了声波的全透射, 这是一个反常的现象。从缺陷函数看, 参数为 $\rho_2 = -37\rho_0, \kappa_2 = -\kappa_0$ 的缺陷满足 $L(j) \rightarrow \infty$ 的条件, 因此声波在通过波导时发生了全反射, 而图 4(a)中参数为 $\rho_2 = 37\rho_0, \kappa_2 = \kappa_0$ 的缺陷满足的实际上是 $L(j) \rightarrow -\infty$ 的条件, 声波在通过波导时仍会发生全反射。但是如果将这两个缺陷同时嵌入到零折射率超材料中时, 由(5)式可知, 此时两个缺陷的缺陷函数会相互抵消, 由于零折射率超材料本身并不会阻碍声波的传播, 因此声波在通过波导时发生了全透射。可见, 当在零折射率超材料中嵌入两个缺陷, 并且其中一个缺陷的质量密度和体积弹性模量分别和另一个缺陷的质量密度和体积弹性模量互为相反数时, 可以实现声波的全透射。需要注意的是, 这一新奇的实现声波全透射的方法只适用于两个缺陷的参数互为相反数的情形, 对于两个缺陷的参数同为

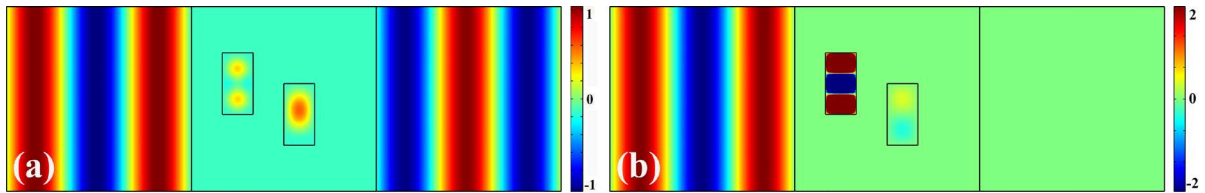


Figure 3. Snapshots of pressure field distributions in a zero-index acoustic metamaterial embedded with two rectangular defects; (a) One defect with $\rho_2 = -8\rho_0$ and the other one with $\rho_2 = -20\rho_0$; (b) One defect with $\rho_2 = -13\rho_0$ and the other one with $\rho_2 = -37\rho_0$

图 3. 零折射率声学超材料中嵌入两个矩形缺陷时的声压场分布图; (a)一个缺陷的参数为 $\rho_2 = -8\rho_0$, 另一个缺陷的参数为 $\rho_2 = -20\rho_0$; (b)一个缺陷的参数为 $\rho_2 = -13\rho_0$, 另一个缺陷的参数为 $\rho_2 = -37\rho_0$

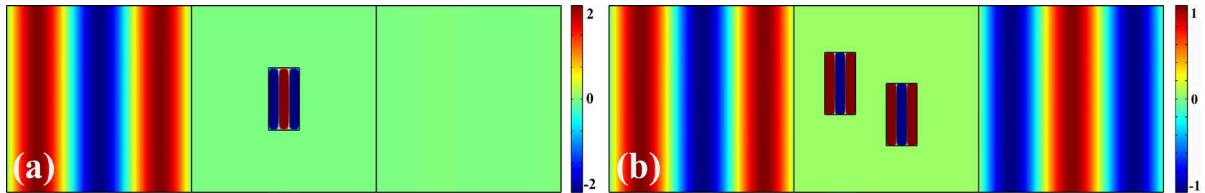


Figure 4. Snapshots of pressure field distributions in a zero-index acoustic metamaterial embedded with; (a) one rectangular defect with $\rho_2 = 37\rho_0, \kappa_2 = \kappa_0$; (b) two rectangular defects, one defect with $\rho_2 = 37\rho_0, \kappa_2 = \kappa_0$ and the other one with $\rho_2 = -37\rho_0, \kappa_2 = -\kappa_0$

图 4. 零折射率声学超材料中的声压场分布图; (a)嵌入一个参数为 $\rho_2 = 37\rho_0, \kappa_2 = \kappa_0$ 的矩形缺陷; (b)嵌入两个矩形缺陷, 其中一个缺陷的参数为 $\rho_2 = 37\rho_0, \kappa_2 = \kappa_0$, 另一个缺陷的参数为 $\rho_2 = -37\rho_0, \kappa_2 = -\kappa_0$

正数或者同为负数的情形, 只有当这两个缺陷单独嵌入零折射率超材料中都导致声波全透射时才能实现声波的全透射。因此, 从零折射率超材料中嵌入两个缺陷实现声波全透射的方法的角度看, 利用参数互为相反数的两个缺陷比利用参数同为正数或者同为负数的两个缺陷更有优势, 并且这个方法适用于零折射率超材料中嵌入任意偶数个缺陷的情形。

4. 结论

我们研究了声波在嵌有矩形缺陷的二维各向同性零折射率波导中的传输性质, 并发现当在零折射率波导中嵌入负参数缺陷时, 缺陷中的声压场和正参数缺陷中的声压场类似, 是一个共振的驻波场。当缺陷的质量密度和体积弹性模量同时为合适的负数时, 同样能够实现声波的全透射和全反射。在对缺陷中的模态进行深入分析时, 我们发现在全透射和全反射发生时, 缺陷中的声压场呈现出了不同的模态分布。全透射发生时, 缺陷中的声压场呈现出的是很多个模态叠加的结果, 而全反射发生时, 缺陷中的声压场呈现出的是某个模态的分布, 表现在缺陷中声波的相位会呈现出一种规律性的变化。在讨论零折射率超材料波导中含有多个缺陷时, 我们发现当波导中嵌有偶数个缺陷, 并且每两个缺陷的参数互为相反数时, 会实现反常的透射现象。我们利用两个单独嵌入零折射率超材料中时导致声波全反射的缺陷实现了声波的全透射, 这一有趣的现象在声隐身上有着潜在的应用。

基金项目

以上工作是由中国国家自然科学基金(编号: 11204195)提供支持。

参考文献 (References)

- [1] Zhu, X. (2013) Effective Zero Index in Locally Resonant Acoustic Material. *Physics Letters A*, **377**, 1784-1787. <https://doi.org/10.1016/j.physleta.2013.05.038>
- [2] Liu, F., Huang, X. and Chan, C. (2012) Dirac Cones at $\vec{k} = \mathbf{0}$ in Acoustic Crystals and Zero Refractive Index Acoustic Materials. *Applied Physics Letters*, **100**, Article ID: 071911. <https://doi.org/10.1063/1.3686907>
- [3] Zheng, L., Wu, Y., Ni, X., Chen, Z., Liu, M. and Chen, Y. (2014) Acoustic Cloaking by a Near-Zero-Index Phononic Crystal. *Applied Physics Letters*, **104**, Article ID: 161904. <https://doi.org/10.1063/1.4873354>
- [4] Li, Y., Liang, B., Gu, Z., Zou, X. and Cheng, J. (2013) Unidirectional Acoustic Transmission through a Prism with Near-Zero Refractive Index. *Applied Physics Letters*, **103**, Article ID: 053505. <https://doi.org/10.1063/1.4817249>
- [5] Wei, Q., Cheng, Y. and Liu, X. (2013) Acoustic Total Transmission and Total Reflection in Zero-Index Metamaterials with Defects. *Applied Physics Letters*, **102**, Article ID: 174104. <https://doi.org/10.1063/1.4803919>
- [6] Wang, Z., Yang, F., Liu, L., Kang, M. and Liu, F. (2013) Total Transmission and Total Reflection of Acoustic Wave by Zero Index Metamaterials Loaded with General Solid Defects. *Journal of Applied Physics*, **114**, Article ID: 194502. <https://doi.org/10.1063/1.4832756>
- [7] Yang, Z., Mei, J., Yang, M., N. and Sheng P. (2008) Membrane-Type Acoustic Metamaterial with Negative Dynamic Mass. *Physical Review Letters*, **101**, Article ID: 204301. <https://doi.org/10.1103/physrevlett.101.204301>
- [8] Huang, H. and Sun, C. (2009) Wave Attenuation Mechanism in an Acoustic Metamaterial with Negative Effective Mass Density. *New Journal of Physics*, **11**, Article ID: 013003. <https://doi.org/10.1088/1367-2630/11/1/013003>
- [9] Liu, Z., Chan, C. and Sheng, P. (2005) Analytic Model of Phononic Crystals with Local Resonances. *Physical Review B*, **71**, Article ID: 014103. <https://doi.org/10.1103/physrevb.71.014103>
- [10] Lee, S.H., Park, C.M., Seo, Y.M., Wang, Z.G. and Kim, C.K. (2009) Acoustic Metamaterial with Negative Modulus. *Journal of Physics: Condensed Matter*, **21**, Article ID: 175704. <https://doi.org/10.1088/0953-8984/21/17/175704>
- [11] Fang, N., Xi, D., Xu, J., Ambati, M., Srituravanich, W., Sun, C. and Zhang, X. (2006) Ultrasonic Metamaterial with Negative Modulus. *Nature Materials*, **5**, 452-456. <https://doi.org/10.1038/nmat1644>
- [12] Li, J. and Chan, C. (2004) Double-Negative Acoustic Metamaterial. *Physical Review E*, **70**, Article ID: 055602. <https://doi.org/10.1038/nmat1644>

-
- [13] Cheng, Y., Xu, J. and Liu, X. (2008) One-Dimensional Structured Ultrasonic Metamaterials with Simultaneously Negative Dynamic Density and Modulus. *Physical Review B*, **77**, Article ID: 045134. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.77.045134>
- [14] Ding, Y., Liu, Z., Qiu, C. and Shi, J. (2007) Metamaterial with Simultaneously Negative Bulk Modulus and Mass Density. *Physical Review Letters*, **99**, Article ID: 093904. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.99.093904>
- [15] Liu, X., Hu, G., Huang, G. and Sun, C. (2011) An Elastic Metamaterial with Simultaneously Negative Mass Density and Bulk Modulus. *Applied Physics Letters*, **98**, Article ID: 251907. <https://doi.org/10.1063/1.3597651>
- [16] Yang, M., Ma, G., Yang, Z. and Sheng, P. (2013) Coupled Membranes with Doubly Negative Mass Density and Bulk Modulus. *Physical Review Letters*, **110**, Article ID: 134301. <https://doi.org/10.1103/physrevlett.110.134301>

期刊投稿者将享受如下服务:

1. 投稿前咨询服务 (QQ、微信、邮箱皆可)
2. 为您匹配最合适的期刊
3. 24 小时以内解答您的所有疑问
4. 友好的在线投稿界面
5. 专业的同行评审
6. 知网检索
7. 全网络覆盖式推广您的研究

投稿请点击: <http://www.hanspub.org/Submission.aspx>

期刊邮箱: app@hanspub.org