

Effect of Shallow Embedded Nano-Moving Inclusions in Semi-Space on SH-Wave Scattering

Zhiying Ou, Jinkui Zhao

School of Science, Lanzhou University of Technology, Lanzhou Gansu
Email: zhiyingou@163.com, jinkuizhao@163.com

Received: May 31st, 2018; accepted: Jun. 14th, 2018; published: Jun. 21st, 2018

Abstract

With the continuous development of nanometer science and technology, the requirement of material properties become higher and higher. Due to the increase of the ratio of surface area to volume at nanometer scale, the potential energy difference between surface atom and inner atom of material becomes large. As a result, the surface effect is obvious and the mechanical properties of nano-materials and nano-components are obviously different from those of macro-materials. Based on the classical elastic theory and surface elastic theory, the complex function method, wave function expansion method and Graf addition formula were used to study the effect of shallow embedded nanometer movable inclusions on SH wave scattering in elastic half-space in this paper. The results reveal that the dynamic stress concentration factor is not only related to the incident wave number and mass bulk density, but also to the surface parameters.

Keywords

Surface Effect, Movable, Cylindrical Inclusion, Elastic Wave Scattering, Dynamic Stress Concentration Factor

半空间内浅埋纳米移动夹杂对SH波散射的影响

欧志英, 赵金奎

兰州理工大学理学院, 甘肃 兰州
Email: zhiyingou@163.com, jinkuizhao@163.com

收稿日期: 2018年5月31日; 录用日期: 2018年6月13日; 发布日期: 2018年6月20日

摘要

随着纳米科学技术的不断进步, 人们对材料性能的要求越来越高。在纳米尺度下, 由于材料表面面积与

体积之比明显增大, 表面原子与内部原子产生巨大的势能差, 从而导致表面效应显著, 使得纳米材料与纳米元器件的力学性能明显不同于宏观尺度下的力学性能。本文基于经典弹性理论与表面弹性理论, 应用复变函数方法、波函数展开方法和 Graf 加法公式研究弹性半空间内浅埋纳米可移动夹杂对 SH 波散射的影响。结果表明: 在考虑表面效应之后, 动应力集中因子不仅与入射波波数和质量体密度有关, 而且与表面参数有关。

关键词

表面效应, 可移动的, 圆柱形夹杂, 弹性波散射, 动应力集中因子

Copyright © 2018 by authors and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

弹性波在固体中传播时, 当固体中存在夹杂等缺陷时周围会发生弹性波散射的现象, 从而引起动应力集中[1]。弹性波散射问题中最典型的就是 SH 波的散射。宏观情况下半空间内可移动夹杂对 SH 波散射问题已有了一些成果[2] [3], 更多的研究成果可以查阅专著[4]。随着纳米材料和纳米元器件广泛的研究和应用, 人们对材料性能的要求越来越高, 纳米量级的材料和纳米元器件更是得到了广泛的科学研究和技术应用, 比如在材料科学、医疗器械、电子装置、涂料器材等行业。由于在纳米尺度下, 材料表面积与体积之比明显增大, 从而导致表面效应显著, 使得纳米材料与纳米元器件的力学性能不同于宏观尺度下的力学性能。因此, 当原子直径远小于材料直径时, 表面效应可以不考虑, 但是当材料尺寸缩小到纳米尺度时, 其对材料的性能有非常大的影响, 此时就必须考虑表面效应。在 1906 年, Gibbs [5]首次提出了固体表面张力。经过多年的发展, 1975 年 Gurtin 和 Murdoch [6] [7]建立了研究材料表面力学行为的数学模型, 利用力和力矩平衡建立了表面应力的张量性质, 研究了表面与基体应力的关系, 形成了表面弹性理论。近年来人们利用表面弹性理论研究了在剪切载荷作用下纳米接触问题[8], 两个孔洞(夹杂)相互作用对 P 波的散射[9] [10], 以及 SH 波诱发的阵列纳米孔洞周围的弹性波散射和动应力集中[11]。本文研究了弹性半空间内浅埋纳米可移动夹杂对 SH 波的散射。利用设虚源法[4]得到预先满足半空间水平边界处应力自由的散射波函数, 结合复变函数法、波函数展开法和 Graf 加法公式, 得到了固体中的应力场, 讨论了半空间内浅埋纳米移动夹杂对稳态入射平面 SH 波的散射影响, 计算了夹杂周围的应力强度因子。

2. 理论模型与分析

2.1. 问题描述

如图 1 所示, 弹性半空间介质内含有一个密度 ρ_g 和剪切模量 μ_g 的可动刚性夹杂 ($\mu_g \gg \mu$), 夹杂的半径为 R , 掩埋深度为 H 。假设基体的剪切模量和质量体密度分别为 μ , ρ 。一列稳态入射平面 SH 波 $W^{(i)}$ (入射波函数)在介质内传播, 由于可动夹杂的存在, 它将与半空间边界作用产生一系列反射波 $W^{(r)}$, 与夹杂相互作用产生散射波 $W^{(s)}$ 。引入复变量 $z = x + iy$, $\bar{z} = x - iy$, 在复平面 (z, \bar{z}) 下, 它们都满足如下 Helmholtz 方程

$$\frac{\partial^2 W}{\partial z \partial \bar{z}} + \frac{1}{4} k^2 W = 0 \quad (1)$$

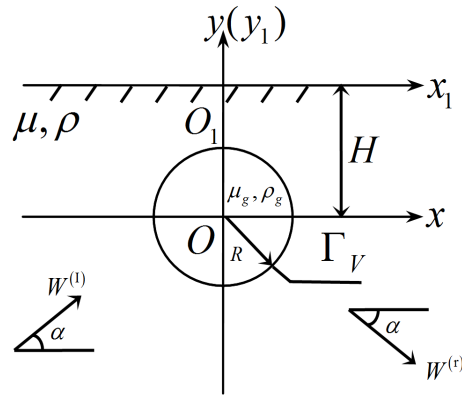


Figure 1. Scattering of SH waves by shallow moving inclusions in semi-space at nanoscale
图 1. 纳米尺度下半空间内浅埋可动夹杂对 SH 波的散射问题

其中 $k = \frac{\omega}{V_s}$ 为波数, ω 为圆周频率, $V_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$ 为波速。文中忽略了时间因子 $e^{-i\omega t}$ 。

在复变坐标系下, 经典弹性力学中应力和位移的关系为

$$\tau_{rz} = \mu \left(\frac{\partial W}{\partial z} e^{i\theta} + \frac{\partial W}{\partial \bar{z}} e^{-i\theta} \right), \quad \tau_{\theta z} = i\mu \left(\frac{\partial W}{\partial z} e^{i\theta} - \frac{\partial W}{\partial \bar{z}} e^{-i\theta} \right). \quad (2)$$

其中 $z = re^{i\theta}$, $\bar{z} = re^{-i\theta}$, $i^2 = -1$, i 为虚数单位, τ_{rz} 和 $\tau_{\theta z}$ 分别是反平面问题中的径向和环向的切应力。

入射 SH 波的波函数可表示为[3]

$$W^{(i)} = W_0 e^{\frac{ik}{2}(z_1 e^{-i\alpha} + \bar{z}_1 e^{i\alpha})} = W_0 e^{\frac{ik}{2}[(z-2Hi)e^{-i\alpha} + (\bar{z}+Hi)e^{i\alpha}]} = W_0 e^{\frac{ik}{2}[(ze^{-i\alpha} + \bar{z}e^{i\alpha})]} e^{-iHk \sin \alpha} \quad (3)$$

反射波的波函数可表示为

$$W^{(r)} = W_0 e^{\frac{ik}{2}(z_1 e^{i\alpha} + \bar{z}_1 e^{-i\alpha})} = W_0 e^{\frac{ik}{2}[(z-2Hi)e^{i\alpha} + (\bar{z}+Hi)e^{-i\alpha}]} = W_0 e^{\frac{ik}{2}[(ze^{-i\alpha} + \bar{z}e^{i\alpha})]} e^{iHk \sin \alpha} \quad (4)$$

其中 W_0 为入射波振幅。

由于入射波 $W^{(i)}$, 反射波 $W^{(r)}$ 与可动夹杂及其边界共同作用产生了散射波 $W^{(s)}$, 利用设虚源法, 得到在复平面下满足半空间水平边界处应力自由的散射波函数为

$$W^{(s)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \left\{ H_n^{(1)}(k|z|) \left(\frac{z}{|z|} \right)^n + H_n^{(1)}(k|z-2Hi|) \left(\frac{z-2Hi}{|z-2Hi|} \right)^{-n} \right\} \quad (5)$$

其中 $A_n (n=0, n=\pm 1, n=\pm 2, \dots)$ 是待定的系数, $H_n^{(1)}(\cdot)$ 表示 n 阶第一类 Hankel 函数。

利用 Graf 加法公式,

$$H_n^{(1)}(k|z-2Hi|) \left(\frac{z-2Hi}{|z-2Hi|} \right)^{-n} = \sum_{t=-\infty}^{\infty} e^{\frac{i(t-n)\pi}{2}} H_{t-n}^{(1)}(2kH) J_t^{(1)}(k|z|) \left(\frac{z}{|z|} \right)^{-t} \quad (6)$$

将(6)代入(5), 散射波函数可以表示为

$$W^{(s)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \left\{ H_n^{(1)}(k|z|) \left(\frac{z}{|z|} \right)^n + \sum_{t=-\infty}^{\infty} e^{\frac{i(t-n)\pi}{2}} H_{t-n}^{(1)}(2kH) J_t^{(1)}(k|z|) \left(\frac{z}{|z|} \right)^{-t} \right\} \quad (7)$$

将公式(3), (4)和(7)分别代入(2), 入射波, 反射波, 散射波对应的应力场分别为

$$\tau_{rz}^{(l)} = \frac{ik\mu W_0}{2} \left[e^{i(\theta-\alpha)} + e^{-i(\theta-\alpha)} \right] e^{-iHk \sin(\alpha)} e^{\frac{ik}{2}(ze^{-i\alpha} + \bar{z}e^{i\alpha})} \quad (8)$$

$$\tau_{\theta z}^{(l)} = \frac{-k\mu W_0}{2} \left[e^{i(\theta-\alpha)} + e^{-i(\theta-\alpha)} \right] e^{-iHk \sin(\alpha)} e^{\frac{ik}{2}(ze^{-i\alpha} + \bar{z}e^{i\alpha})} \quad (9)$$

$$\tau_{rz}^{(r)} = \frac{ik\mu W_0}{2} \left[e^{i(\theta+\alpha)} + e^{-i(\theta+\alpha)} \right] e^{iHk \sin(\alpha)} e^{\frac{ik}{2}(ze^{i\alpha} + \bar{z}e^{-i\alpha})} \quad (10)$$

$$\tau_{\theta z}^{(r)} = \frac{-k\mu W_0}{2} \left[e^{i(\theta+\alpha)} - e^{-i(\theta+\alpha)} \right] e^{iHk \sin(\alpha)} e^{\frac{ik}{2}(ze^{i\alpha} + \bar{z}e^{-i\alpha})} \quad (11)$$

$$\tau_{rz}^{(s)} = \frac{k\mu}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \left[H_{n-1}^{(1)}(k|z|) \left(\frac{z}{|z|} \right)^{n-1} e^{i\theta} - H_{n+1}^{(1)}(k|z|) \left(\frac{z}{|z|} \right)^{n+1} e^{-i\theta} \right. \\ \left. - H_{n+1}^{(1)}(k|z-2Hi|) \left(\frac{z-2Hi}{|z-2Hi|} \right)^{-n-1} e^{i\theta} + H_{n-1}^{(1)}(k|z-2Hi|) \left(\frac{z-2Hi}{|z-2Hi|} \right)^{-n+1} e^{-i\theta} \right] \quad (12)$$

$$\tau_{\theta z}^{(s)} = \frac{ik\mu}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \left[H_{n-1}^{(1)}(k|z|) \left(\frac{z}{|z|} \right)^{n-1} e^{i\theta} + H_{n+1}^{(1)}(k|z|) \left(\frac{z}{|z|} \right)^{n+1} e^{-i\theta} \right. \\ \left. - H_{n+1}^{(1)}(k|z-2Hi|) \left(\frac{z-2Hi}{|z-2Hi|} \right)^{-n-1} e^{i\theta} - H_{n-1}^{(1)}(k|z-2Hi|) \left(\frac{z-2Hi}{|z-2Hi|} \right)^{-n+1} e^{-i\theta} \right] \quad (13)$$

其中 $\tau_{rz}^{(l)}$, $\tau_{rz}^{(r)}$, $\tau_{rz}^{(s)}$ 分别为入射波, 反射波, 散射波对应的径向应力。 $\tau_{\theta z}^{(l)}$, $\tau_{\theta z}^{(r)}$, $\tau_{\theta z}^{(s)}$ 分别为入射波, 反射波, 散射波对应的环向应力。

利用叠加原理, 介质内总应力场 $\tau_{rz}^{(t)}$ 、 $\tau_{\theta z}^{(t)}$ 可以表示为

$$\tau_{rz}^{(t)} = \tau_{rz}^{(l)} + \tau_{rz}^{(r)} + \tau_{rz}^{(s)} \quad (14)$$

$$\tau_{\theta z}^{(t)} = \tau_{\theta z}^{(l)} + \tau_{\theta z}^{(r)} + \tau_{\theta z}^{(s)} \quad (15)$$

介质内的总位移场为

$$W^{(t)} = W^{(l)} + W^{(r)} + W^{(s)} \quad (16)$$

2.2. 边界条件

不计表面残余张力, 表面应力与表面应变的关系为

$$\tau_{\alpha\beta}^s = 2\mu^s \varepsilon_{\alpha\beta} + \lambda^s \varepsilon_{rr} \delta_{\alpha\beta} \quad (17)$$

其中 μ^s 和 λ^s 为材料表面的 Lamé 常数, $\delta_{\alpha\beta}$ 为 Kronecker 符号。

假设弹性表面与基体并无滑移, 则表面处的平衡方程为

$$\tau_{\beta\alpha} n_\beta + \tau_{\beta\alpha,\beta}^s = 0 \quad (18)$$

$$\tau_{ij} n_i n_j = \tau_{\alpha\beta}^s k_{\alpha\beta} \quad (19)$$

其中 $\tau_{\beta\alpha}^s$ 为界面的应力张量, n_β 为表面的外法向量, $k_{\alpha\beta}$ 为表面的曲率张量, 希腊字母 α 、 β 取 1、2、3, 拉丁字母 i 、 j 均取 1、2, 下标中的逗号表示求导。

在 $r = R$ 处, 根据(18)式和(19)式, 得到夹杂表面处边界条件为

$$\tau_{rz} = -\frac{1}{R} \frac{\partial \tau_{\theta z}^s}{\partial \theta} \quad (20)$$

根据表界面本构关系式(17)得到界面的切应力 $\tau_{\theta z}^s$ 为

$$\tau_{\theta z}^s = 2\mu^s \varepsilon_{\theta z} \quad (21)$$

将(21)式代入(20)式, 得到边界条件为

$$\tau_{rz} = -s \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial \theta} \quad (22)$$

式中 $s = \frac{\mu^s}{\mu R}$, s 为纳米尺度下衡量表面效应的参数, 可以看出 s 和夹杂半径 R 成反比关系。对于宏观问题, 半径 R 非常大, 那么 s 远远小于 1, 因此表面效应可以忽略不计, 但缩小 R 到纳米尺度时, s 的作用就非常显著, 此时必须要考虑表面效应[11]。

2.3. 问题求解

由于刚性动夹杂内部产生的应力和应变场可以忽略不计, 仅仅考虑其反平面运动。进一步假设动夹杂本身的反平面运动 $U(t) = W_g e^{-i\omega t}$, 利用牛顿第二定律, 列出动夹杂满足的运动方程为

$$\int_0^{2\pi} \tau_{rz}^{(t)}(R, \theta) R d\theta = -m \cdot a \quad (23)$$

其中单位厚度上的质量 $m = \pi R^2 \rho_g$, 加速度 $a = \omega^2 W_g$, 则(23)变为

$$\int_0^{2\pi} \tau_{rz}^{(t)}(R, \theta) R d\theta = -\pi R^2 \omega^2 \rho_g W_g \quad (24)$$

在上式中考虑到 $k = \frac{\omega}{V}$, $k_g = \frac{\omega}{V_g}$, 及 $V = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$, $V_g = \sqrt{\frac{\mu_g}{\rho_g}}$, 则又有

$$\int_0^{2\pi} \tau_{rz}^{(t)}(R, \theta) \Big|_{r=R} d\theta = -\pi R W_g \mu_g k^2 \quad (25)$$

根据边界条件(22)和牛顿第二定律, 我们有

$$\int_0^{2\pi} -s \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial \theta} \Big|_{r=R} d\theta = -\pi R W_g \mu_g k^2 \quad (26)$$

由于夹杂和基体之间是密切接触的, 因此基体内的总位移场在夹杂处应该与夹杂的反平面位移一致。即得到下面这个等式

$$W_g = W^{(t)} = \left[W^{(l)} + W^{(r)} + W^{(s)} \right] \Big|_{r=R} \quad (27)$$

将(3)、(4)和(5)式代入(27)式得到

$$W_g = W_0 e^{\frac{ik}{2} [(ze^{-i\alpha} + \bar{z}e^{i\alpha})] e^{-iHk \sin \alpha}} + W_0 e^{\frac{ik}{2} [(ze^{-i\alpha} + \bar{z}e^{i\alpha})] e^{iHk \sin \alpha}} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \left[H_n^{(1)}(k|z|) \left(\frac{z}{|z|} \right)^n + H_n^{(1)}(k|z-2Hi|) \left(\frac{z-2Hi}{|z-2Hi|} \right)^{-n} \right] \quad (28)$$

式中 $z = R \cdot e^{i\theta}$ 。

将(15)和(28)式代入(26)式, 得到关于待定系数 A_n ($n=0, n=\pm 1, n=\pm 2, \dots$) 的无穷代数方程组

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \zeta_n A_n = \xi \quad (29)$$

其中

$$\begin{aligned} \zeta_n = & -2\pi \frac{\mu_g k_g}{\mu k} \left[H_n^{(1)}(k|z|) \left(\frac{z}{|z|} \right)^n + H_n^{(1)}(k|z-2Hi|) \left(\frac{z-2Hi}{|z-2Hi|} \right)^{-n} \right] \\ & - \int_0^{2\pi} \frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ H_{n-1}^{(1)}(k|z|) \left(\frac{z}{|z|} \right)^{n-1} + H_{n+1}^{(1)}(k|z|) \left(\frac{z}{|z|} \right)^{n+1} e^{-i\theta} \right. \\ & \left. - H_{n+1}^{(1)}(k|z-2Hi|) \left(\frac{z-2Hi}{|z-2Hi|} \right)^{-n-1} e^{i\theta} - H_{n-1}^{(1)}(k|z-2Hi|) \left(\frac{z-2Hi}{|z-2Hi|} \right)^{-n+1} e^{-i\theta} \right\} d\theta \\ \xi = & \int_0^{2\pi} \frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ \frac{-k\mu W_0}{2} [e^{i(\theta-\alpha)} + e^{-i(\theta-\alpha)}] e^{-iHk \sin(\alpha)} e^{\frac{ik}{2}(ze^{-i\alpha} + \bar{z}e^{i\alpha})} \right. \\ & \left. + \frac{-k\mu W_0}{2} [e^{i(\theta+\alpha)} - e^{-i(\theta+\alpha)}] e^{iHk \sin(\alpha)} e^{\frac{ik}{2}(ze^{i\alpha} + \bar{z}e^{-i\alpha})} \right\} d\theta \\ & - 2\pi \frac{\mu_g k_g}{\mu k} [W_0 e^{-iHk \sin(\alpha)} e^{-ikR \cos(\theta-\alpha)} + W_0 e^{iHk \sin(\alpha)} e^{ikR \cos(\theta+\alpha)}] \end{aligned} \quad (30)$$

其中 $z = R \cdot e^{i\theta}$, $\theta \in [0, 2\pi]$ 。

在具体求解时, 在方程(29)两边同时乘以 $e^{-im\theta}$, 并在 $[0, 2\pi]$ 内积分。

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \phi_{mn} A_n = \varepsilon_m \quad (m=0, \pm 1, \pm 2 \dots) \quad (32)$$

在上式中

$$\begin{cases} \phi_{mn} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \zeta_n e^{-im\theta} d\theta \\ \varepsilon_m = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \xi_n e^{-im\theta} d\theta \end{cases} \quad (33)$$

根据上面的理论推导, 给出了半空间内浅埋纳米移动夹杂对 SH 波散射的无穷代数方程组, 利用截取有限项的方法求得待定系数 A_n 。

1) 当 $m=0$ 时

$$\begin{aligned} & 2\pi R \frac{k_g^2 \mu_g}{k \mu} \left\{ A_0 H_0^{(1)}(kR) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \left[e^{\frac{i(-n)\pi}{2}} H_{-n}^{(1)}(2kH) J_0^{(1)}(kR) \right] \right\} \\ & = 4\pi W_0 J_1^{(1)}(kR) - sk W_0 R \pi [J_0^{(1)}(kR) + J_2^{(1)}(kR)] \cdot (e^{-iHk \sin \alpha} + e^{iHk \sin \alpha}) \\ & + 2\pi R \frac{k_g^2 \mu_g}{k \mu} J_0^{(1)}(kR) \cdot (e^{-iHk \sin \alpha} + e^{iHk \sin \alpha}) \end{aligned} \quad (34)$$

2) 当 $m > 0$ 时

$$\begin{aligned}
 & 2\pi R \frac{k_g^2 \mu_g}{k\mu} \left[A_m H_m^{(1)}(kR) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \left[e^{\frac{i(-m-n)\pi}{2}} H_{-m-n}^{(1)}(2kH) J_{-m}^{(1)}(kR) \right] \right] \\
 & = 2\pi R W_0 \frac{k_g^2 \mu_g}{k\mu} i^m J_m^{(1)}(kR) e^{-im\alpha} \cdot (e^{-iHk \sin \alpha} + e^{iHk \sin \alpha})
 \end{aligned} \tag{35}$$

3) 当 $m < 0$ 时

$$\begin{aligned}
 & 2\pi R \frac{k_g^2 \mu_g}{k\mu} \left[A_m H_m^{(1)}(kR) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \left[e^{\frac{i(-m-n)\pi}{2}} H_{-m-n}^{(1)}(2kH) J_{-m}^{(1)}(kR) \right] \right] \\
 & = 2\pi R W_0 \frac{k_g^2 \mu_g}{k\mu} i^{-m} J_{-m}^{(1)}(kR) e^{-im\alpha} \cdot (e^{-iHk \sin \alpha} + e^{iHk \sin \alpha})
 \end{aligned} \tag{36}$$

最后将数值结果代入(14)、(15)和(16)式可以得到介质内的总位移场 $W^{(t)}$ 和总应力场 $\tau_{rz}^{(t)}$ 与 $\tau_{\theta z}^{(t)}$ 。

3. 算例与结果分析

研究可动夹杂边界处的动应力集中程度，通常采用动应力集中因子 DSCF 来表示，定义如下

$$\text{DSCF} = \left| \frac{\tau_{\theta z}^{(t)}}{\varpi} \right| \tag{37}$$

其中 $\varpi = \mu k W_0$ 为入射应力的最大幅值。

下面给出了动应力集中因子与无量纲入射波波数 kR ，剪切模量 μ ，掩埋比 h/R ，入射波波幅 W_0 ，入射角 α ，质量体密度比 ρ 和表面参数 s 关系的数值结果。

图 2 给出了入射角 $\alpha = \pi/2$ 入射时表面对可动夹杂边界处动应力集中因子的影响，取入射波数 $kR = 1.0$ ，掩埋比 $h/R = 3$ ，入射波波幅 $W_0 = 1$ ，密度比 $\rho = 8$ 。当 s 趋近于 0 时得到的动应力集中因子与宏观条件下的结果吻合，这正好验证了本文的正确性。如图所示，考虑表面效应之后，由于入射波和反射波的相互干涉，曲线出现了凸起，随着表面参数 s 的增加，在整个区间内动应力集中因子逐渐减小。

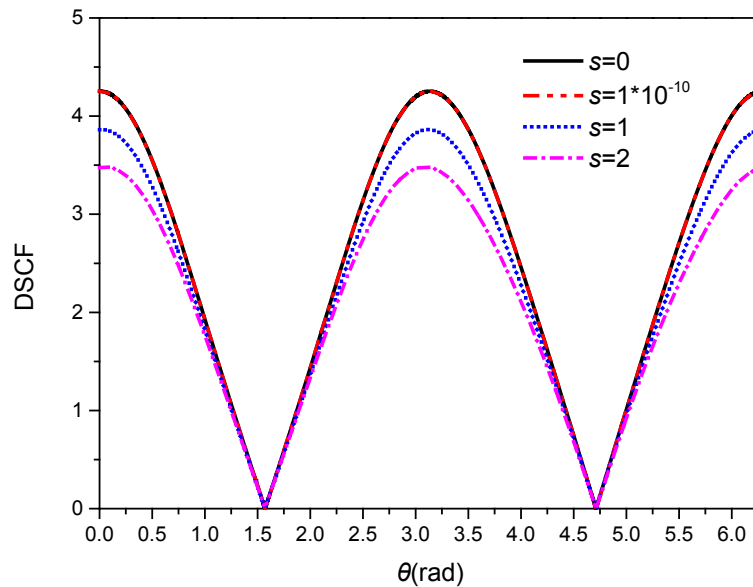


Figure 2. The influence of surface effect on DSCF at the boundary of movable inclusion at the $\alpha = \pi/2$

图 2. $\alpha = \pi/2$ 入射时表面对可动夹杂边界处 DSCF 的影响

图3给出了入射角 $\alpha = \pi/2$ 入射时波数 kR 对动应力集中因子的影响, 取密度比 $\rho = 8$, 表面参数 $s = 1$ 。然后分别取波数 $kR = 0.5$ 、 $kR = 1.0$ 和 $kR = 2.0$ 观察无量纲波数 kR 的变化对动应力集中因子的影响。从图中可以得出, 随着 kR 的增大, 动应力集中因子在整个区间内都是增大的。

图4考虑了纳米尺度下质量体密度比对动应力集中因子的影响, 我们固定入射角 α , 入射波波数 kR , 入射波波幅 W_0 , 掩埋比 h/R 。从图中可以得出, 随着质量体密度比 ρ 的不断增大, 动应力集中因子在整个区间内都是增大的。

图5考虑了动应力集中因子随着入射角 α 的变化情况, 我们固定入射波波数 kR , 入射波波幅 W_0 ,

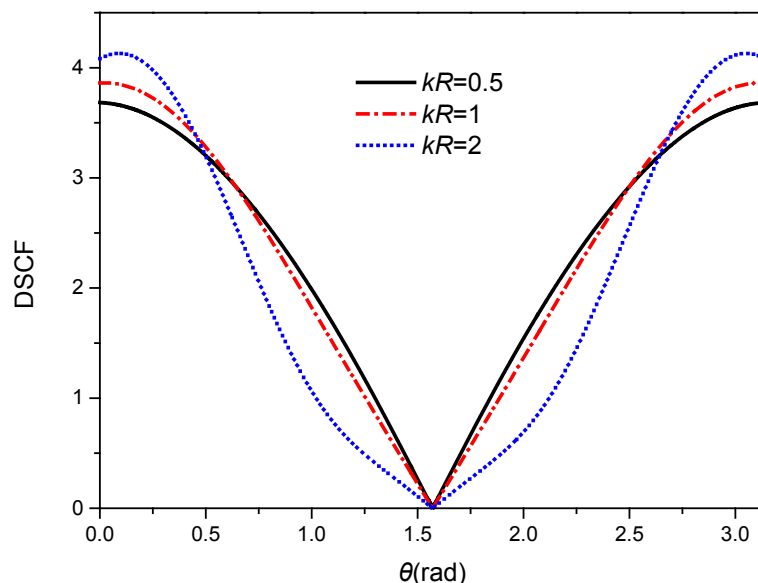


Figure 3. The influence of the change of wave number kR on DSCF at $\alpha = \pi/2$ incidence at nanoscale

图3. 纳米尺度下 $\alpha = \pi/2$ 入射时波数 kR 的变化对 DSCF 的影响

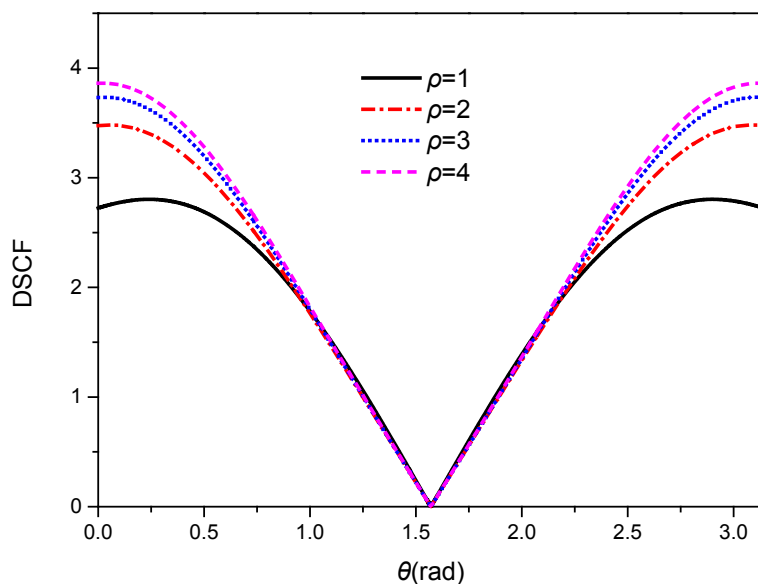


Figure 4. Effect of bulk density ratio on DSCF at nanometer scale

图4. 纳米尺度下质量体密度比对 DSCF 的影响

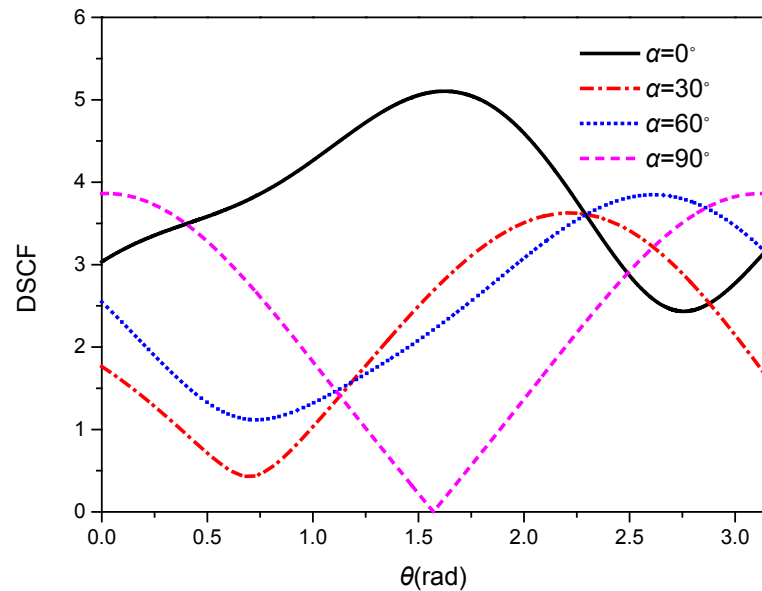


Figure 5. The influence of the change of incident angle α on DSCF
 图 5. 入射角 α 的变化对 DSCF 的影响

掩埋比 h/R , 质量体密度比 ρ 。从图中可以得出, 入射角 $\alpha=0$ 度时, 动应力集中因子最大值为 5, 入射角 $\alpha=\pi/2$ 入射时, 半空间内可移动夹杂周围动应力集中因子在整个区间内是关于纵轴对称的。

4. 结论

本文研究了半空间内浅埋纳米移动夹杂对 SH 波散射的影响。计算结果主要考虑了入射角以 $\alpha=\pi/2$ 入射时可动夹杂边界处动应力集中因子的变化情况, 同时也讨论了其他入射角对动应力集中因子的影响。结果表明: 当表面参数 s 趋近于 0 时得到的动应力集中因子与宏观条件下的结果具有一致性, 考虑表面效应之后, 随着表面参数 s 的增加, 在整个区间内动应力集中因子逐渐减小, 表面效应显著。不管是高频还是低频, 随着表面参数 s 的增加, 在整个范围内 DSCF 都会减小。当表面效应固定不变时, 随着无量纲波数 kR 的增大, 应力集中因子 DSCF 也会随之增大。在入射角以 $\alpha=\pi/2$ 入射时, DSCF 在整个区间内具有对称性。

基金项目

国家自然科学基金(1106004 和 11362009)。

参考文献

- [1] Pao, Y.H., Mow, C.C. and Achenbach, J.D. (1973) Diffraction of Elastic Waves and Dynamic Stress Concentrations. *Journal of Applied Mechanics*, **40**, 872. <https://doi.org/10.1115/1.3423178>
- [2] 刘殿魁, 杨在林, 刘建百. 界面可移动圆柱形刚性夹杂对 SH 波散射及动应力集中[J]. 哈尔滨建筑大学学报, 2001, 34(6): 1-7.
- [3] 杨在林, 刘殿魁, 孙柏涛, 等. 半空间可移动刚性圆柱对 SH 波散射及动应力集中[J]. 工程力学, 2009, 26(4): 51-56.
- [4] 史文谱. 线弹性 SH 波散射理论及几个问题研究[M]. 北京: 国防工业出版社, 2013.
- [5] Gibbs, J.W. (1906) *The Scientific Papers of J. Willard Gibbs*. Longmans, London.
- [6] Gurtin, M.E. and Murdoch, A.I. (1978) Surface Stress in Solids. *International Journal of Solids & Structures*, **14**, 431-440. [https://doi.org/10.1016/0020-7683\(78\)90008-2](https://doi.org/10.1016/0020-7683(78)90008-2)

-
- [7] Gurtin, M.E. and Murdoch, A.I. (1975) A Continuum Theory of Elastic Material Surfaces. *Archive for Rational Mechanics & Analysis*, **57**, 291-323. <https://doi.org/10.1007/BF00261375>
- [8] Lei, D.X., Wang, L.Y. and Ou, Z.Y. (2012) Elastic Analysis for Nanocontact Problem with Surface Stress Effects under Shear Load. *Journal of Nanomaterials*, **2012**, 4531-4531. <https://doi.org/10.1155/2012/505034>
- [9] Wang, G.F. (2009) Multiple Diffraction of Plane Compressional Waves by Two Circular Cylindrical Holes with Surface Effects. *Journal of Applied Physics*, **105**, Article ID: 013507. <https://doi.org/10.1063/1.3054517>
- [10] Fang, X.Q. and Liu, J.X. (2010) Effect of Surface/Interface on the Dynamic Stress of Two Interacting Cylindrical Nano-Inhomogeneities under Compressional Waves. *Thin Solid Films*, **518**, 6938-6944. <https://doi.org/10.1016/j.tsf.2010.06.022>
- [11] 汝艳, 曹小杉. SH 波诱发的阵列纳米孔洞周围的弹性波散射和动应力集中[J]. 应用力学学报, 2015, 32(4): 597-603.

知网检索的两种方式:

1. 打开知网页面 <http://kns.cnki.net/kns/brief/result.aspx?dbPrefix=WWJD>
下拉列表框选择: [ISSN], 输入期刊 ISSN: 2325-498X, 即可查询
2. 打开知网首页 <http://cnki.net/>
左侧“国际文献总库”进入, 输入文章标题, 即可查询

投稿请点击: <http://www.hanspub.org/Submission.aspx>

期刊邮箱: ijm@hanspub.org