

# Nonlinear Characteristics Analysis and Simulation on Vibration for Vehicle with Hydro-Pneumatic Suspensions\*

Jibin Ding

Mechanical Engineering School of Nanjing Institute of Industry Technology, Nanjing  
Email: [djb596@yahoo.com.cn](mailto:djb596@yahoo.com.cn)

Received: Mar. 26<sup>th</sup>, 2013; revised: Apr. 12<sup>th</sup>, 2013; accepted: Apr. 16<sup>th</sup>, 2013

Copyright © 2013 Jibin Ding. This is an open access article distributed under the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

**Abstract:** The non-linear characteristics of hydro-pneumatic suspension and car body model are analyzed in this paper, and two-degree-of-freedom vibration model of hydro-pneumatic suspension is modeled. Dynamic time domain and frequency response to different vibration frequency verify the correctness of the non-linear model by AMESim simulation software. Results show that the unstable vibration state is due to subharmonic or ultraharmonic resonance produced by the frequency components which are close to the fraction or the integer times of excitation frequency in the system.

**Keywords:** Hydro-Pneumatic Suspension; Vibration; Nonlinear; Car body; AMESim; Simulation

## 油气悬架车辆振动非线性特性分析与仿真研究\*

丁继斌

南京工业职业技术学院机械工程学院, 南京  
Email: [djb596@yahoo.com.cn](mailto:djb596@yahoo.com.cn)

收稿日期: 2013年3月26日; 修回日期: 2013年4月12日; 录用日期: 2013年4月16日

**摘要:** 建立了二自由度汽车油气悬架系统模型, 分析了油气悬架和车身模型的非线性特性。运用 AMESim 仿真软件, 通过模型对不同的激振频率的时域和频谱响应分析, 验证了油气悬架非线性振动模型的正确性。仿真结果表明, 系统产生了接近激振频率分数 (或整数倍) 的频率分量, 造成亚谐波 (或超谐波) 共振, 导致系统振动不稳定。

**关键词:** 油气悬架; 振动; 非线性; 车身; AMESim; 仿真

### 1. 引言

作为车辆悬架的发展方向之一, 油气悬架车辆使用越来越广泛, 国内外学者对其进行了深入研究, 建立了油气悬架的数学模型, 运用计算机仿真、虚拟样机等手段对油气悬架的各种特性进行了深入分析<sup>[1-3]</sup>, 但目前大多只限于对油气悬架本身的研究<sup>[4]</sup>, 由于悬架的性能对操纵稳定性、乘坐舒适性和有直接影响,

\*基金项目: 江苏省高等职业院校高级访问工程师计划资助项目 (2013)。

和对车辆平顺性、舒适性要求的越来越高, 汽车整车振动特性的研究也越来越受到重视。因此, 有必要对主要影响车辆平顺性、舒适性的悬架系统进行深入研究。

本文以汽车油气悬架车辆车身振动为研究对象, 分析油气悬架的非线性特性对车身振动特性的影响, 对油气悬架系统车辆的车身的幅频特性进行研究。运用 AMESim 仿真软件, 验证不同频率输入下油气悬架车身的振动的非线性特性。

## 2. 油气悬架系统模型

根据车辆振动情况做简化模型：只考虑垂直方向的振动，将汽车简化为二自由度油气悬架振动模型(图1)。车身质量由弹簧和蓄能器控制的液压油缸支撑，根据牛顿定律,其相应的运动微分方程为<sup>[5]</sup>:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 = k_1(x_2 - x_1) + F_x \\ m_2 \ddot{x}_2 = k_2(x_3 - x_2) + k_1(x_1 - x_2) - F_x \end{cases} \quad (1)$$

式中： $x_1$ ——车身垂直位移； $x_2$ ——车轮垂直位移； $x_3$ ——路面垂直位移； $F_x$ ——油气悬架负载力； $m_1$ ——车身质量； $m_2$ ——轮胎等效质量； $k_1$ ——悬架等效刚度； $k_2$ ——轮胎等效刚度。

采用目前普遍采用的单气室油气弹簧作为车用油气悬架(图2)。外活塞及其组件可以在缸体内往复运动，浮动内活塞可在活塞杆内往复运动。气室内充满

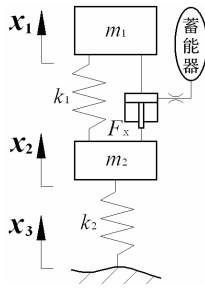


Figure 1. Two degree freedom vibration model of hydro-pneumatic suspension  
图1. 二自由度油气悬架振动模型

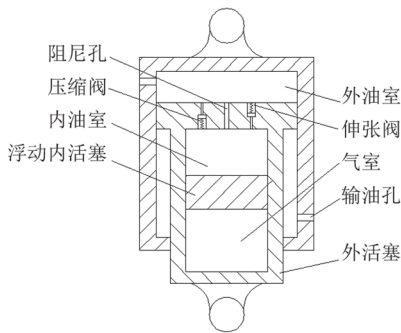


Figure 2. Structure diagram of hydro-pneumatic suspension cylinder  
图2. 油气悬架油缸结构简图

一定量的惰性气体，内油室和外油室充满液压油<sup>[6]</sup>。

当油气弹簧处于受压状态时，外活塞及其组件向上运动，外油室容积减小，液压油处于受压状态，液压油通过阻尼孔和压缩阀流入内油室，内油室的容积增大，浮动内活塞向下移动，气室的容积减小、压力增大。高压惰性气体通过液压油的传递变为作用在外活塞上的下移力，该力与外界载荷相等时，活塞停止运动<sup>[4]</sup>。

压力减小时，气室内的高压惰性气体则推动浮动内活塞向上运动，内油室的液压油经过阻尼孔和伸张阀流入外油室。

油气悬架的阻尼主要包括油液流经阻尼孔的液体阻尼和外活塞和缸筒壁相对滑动产生的摩擦阻尼。摩擦阻尼相对很小，在油气悬架工作中不起主要的阻尼减振作用，对于油气悬挂主要研究阻尼孔产生的流体阻尼<sup>[2]</sup>。

根据文献[3]，油气悬架负载力 $F_x$ 为：

$$F_x = p_0 S_1 \frac{V_0^n}{(V - S_1 x_4)^n} + \frac{1}{2} \rho S_1 \left( \frac{S_1 \dot{x}_4}{C_d S_c} \right)^2 \text{sign}(\dot{x}_4) \quad (2)$$

式中： $p_0$ ——静平衡气室压力； $S_1$ ——外油室截面积； $V_0$ ——静平衡气室容积； $V$ ——动态气室容积； $\dot{x}_4$ ——缸筒相对于外活塞的速度； $\rho$ ——液压油密度，取 $\rho = 0.891\text{kg/L}$ ； $C_d$ ——孔口流量系数，取 $C_d = 0.65$ ； $S_c$ ——阻尼孔面积； $\text{sign}(\dot{x})$ ——符号函数； $n$ ——气体多变指数，由于油气弹簧振动过程近似为绝热过程，考虑到实际情况，取 $n = 1\sim 2$ 。

式(2)表明油气悬架负载力 $F_x$ 与主活塞的面积、油液密度、阻尼孔的过流面积等因素关，与其运动速度的平方成正比，呈明显的非线性。车身与悬架的垂直振动加速度与悬架油缸与其运动速度的平方也成正比，换言之，悬架油缸与其运动速度对车身的振动影响较大<sup>[6]</sup>。

## 3. 油气悬架车辆车身的非线性振动

将式(2)代入式(1)得：

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 = k_1(x_2 - x_1) + p_0 S_1 \frac{V_0^n}{(V - S_1 x_4)^n} + \frac{1}{2} \rho S_1 \left( \frac{S_1 \dot{x}_4}{C_d S_c} \right)^2 \text{sign}(\dot{x}_4) \\ m_2 \ddot{x}_2 = k_2(x_3 - x_2) + k_1(x_1 - x_2) - p_0 S_1 \frac{V_0^n}{(V - S_1 x_4)^n} - \frac{1}{2} \rho S_1 \left( \frac{S_1 \dot{x}_4}{C_d S_c} \right)^2 \text{sign}(\dot{x}_4) \end{cases} \quad (3)$$

式(3)表明, 车身振动与油气悬架振动速度的平方成正比, 与油气悬架振动的振幅项 $(V - A_1x)$ 成反比, 因此, 振动是非线性的。所以, 油气悬架整车振动为非线性振动。

当地面传递的振动 $x_3$ 为周期信号时, 可将油气悬架振动的负载力 $F_x$ 展开为频率为 $\omega$ 的周期振动:

$$F_x = p_0 S_1 \frac{V_0^n}{(V - S_1 x_4)^n} + \frac{1}{2} \rho S_1 \left( \frac{S_1 \dot{x}_4}{C_d S_c} \right)^2 \text{sign}(\dot{x}_4) \quad (4)$$

$$= \sum_{m=1}^{\infty} f_m \cos(m\omega t)$$

其中:  $f_m = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} F_x \cos(m\omega t) dt$ 。

取 $m = 1$ , 有:

$$F_x = F_0 \cos \omega t \quad (5)$$

$$F_x = p_0 S_1 \frac{V_0^n}{(V - S_1 x_4)^n} + \frac{1}{2} \rho S_1 \left( \frac{S_1 \dot{x}_4}{C_d S_c} \right)^2 \text{sign}(\dot{x}_4) \quad (6)$$

$$= F_0 \cos \omega t$$

令

$$\omega_1^2 = \frac{k_1}{m_1}, \omega_2^2 = \frac{k_2}{m_2}, \mu = \frac{m_1}{m_2}, B_1 = \frac{F_0}{m_1}, B_2 = \frac{F_0}{m_2},$$

代入式(3)有:

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 = \omega_1^2 (x_2 - x_1) + B_1 \cos \omega t \\ \ddot{x}_2 = \omega_2^2 (x_3 - x_2) + \mu \omega_1^2 (x_1 - x_2) - B_2 \cos \omega t \end{cases} \quad (7)$$

设一阶谐波的稳态响应为:

$$x_i = A_i \cos \omega t \quad (8)$$

将式(8)代入式(7):

$$\begin{cases} -A_1 \omega^2 = \omega_1^2 (A_2 - A_1) + B_1 \\ -A_2 \omega^2 = \omega_2^2 (A_3 - A_2) + \mu \omega_1^2 (A_1 - A_2) - B_2 \end{cases} \quad (9)$$

由方程(9)的第一式得:

$$\omega^2 = \omega_1^2 \left( 1 - \frac{A_2}{A_1} \right) - \frac{B_1}{A_1} \quad (10)$$

将式(10)代入式(9)的第二式得:

$$A_1 \omega^4 + (B_1 - \omega_1^2 A_1 - \mu \omega_1^2 A_1 - \omega_2^2 A_1) \omega^2 + [\omega_1^2 B_2 - (A_3 - A_1) \omega_1^2 \omega_2^2 - (\mu \omega_1^2 + \omega_2^2) B_1] = 0 \quad (11)$$

令:

$$P = B_1 - (\omega_1^2 + \mu \omega_1^2 + \omega_2^2) A_1;$$

$$R = \omega_1^2 B_2 - \omega_1^2 \omega_2^2 (A_3 - A_1) - (\mu \omega_1^2 + \omega_2^2) B_1'$$

式(11)简化为:

$$A_1 \omega^4 + P \omega^2 + R = 0 \quad (12)$$

方程(12)的根, 即 $A_1$ 的幅频特性为:

$$\omega^2 = \frac{-P \pm \sqrt{P^2 - 4A_1 R}}{2A_1} \quad (13)$$

当 $F_x$ 为周期信号时, 式(2)可表示为:

$$p_0 S_1 \frac{V_0^n}{(V - S_1 A_4 \cos \omega t)^n} + \frac{1}{2} \rho S_1 \left( \frac{S_1 A_4 \sin \omega t}{C_d S_c} \right)^2 \text{sign}(\dot{x}_4) = F_0 \cos \omega t \quad (14)$$

即:

$$F_0 \cos \omega t + \frac{1}{4} \rho S_1 \left( \frac{S_1 A_4}{C_d S_c} \right)^2 \text{sign}(\dot{x}_4) \cos 2\omega t = \frac{1}{4} \rho S_1 \left( \frac{S_1 A_4}{C_d S_c} \right)^2 \text{sign}(-A_4 \sin \omega t) - p_0 S_1 \frac{V_0^n}{(V - S_1 A_4 \cos \omega t)^n} \quad (15)$$

式(15)表明, 有油气悬架的缸筒相对于外活塞的振动为非线性振动。

取 $m_1 = 350 \text{ Kg}$ ;  $m_2 = 35 \text{ Kg}$ ;  $k_1 = 15000 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ ;  $k_2 = 180,000 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ ;  $F_0 = 1000 \text{ N}$ ;  $n = 1.7$ ;  $D_{\text{活塞}} = 100 \text{ mm}$ ;  $D_{\text{缸筒}} = 125 \text{ mm}$ ;  $D_{\text{阻尼孔}} = 5 \text{ mm}$ 。由式(2)、式(10)、式(13)、式(15), 得 $m_1$ 的幅频特性曲线如图3, 油气悬架活塞杆振动幅频特性如图4。

由图3可看出, 在低频频率段( $f < 0.02 \text{ Hz}$ ), 车身振动幅频特性一个频率同时对应 $A_{11}$ 、 $A_{12}$ , 是典型的非线性特征, 图中负值表示表示振动与激励相反。低频段振幅较大且每个激励频率对应两个振幅值, 系统有产生不稳定振动的趋势。由图4可看出, 活塞杆的振动在低频段和频率约为 $6.1 \text{ Hz}$ 时振幅为较大的正值, 在频率约为 $3 \text{ Hz}$ 时振幅为较大的负值, 上述频率段的活塞振动将不稳定。

#### 4. 油气悬架 AMESim 建模与振动特性分析

本文采用 AMESim 仿真模型, 分析油气悬架系统

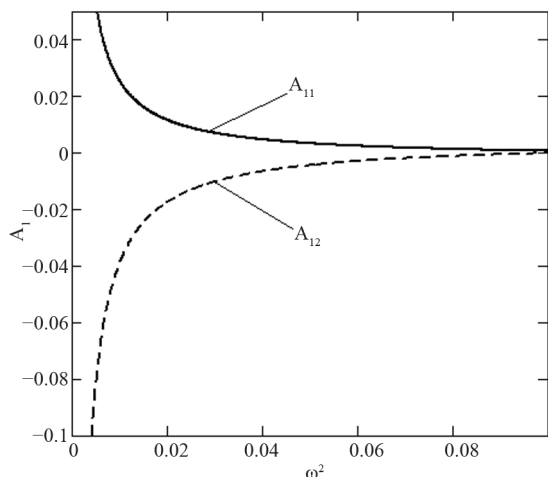


Figure 3. Amplitude frequency property of body vibration  
图 3. 车身振动幅频特性

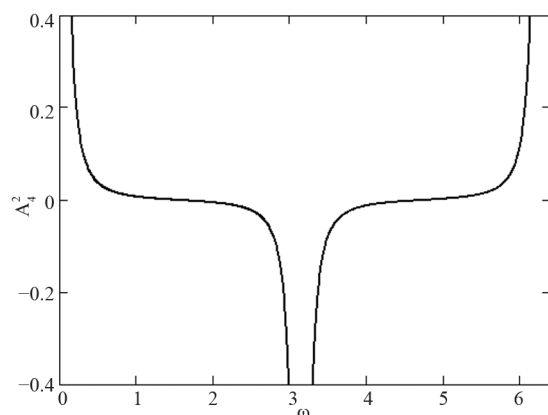


Figure 4. Amplitude frequency property of piston rod vibration  
图 4. 活塞杆振动幅频特性

在不同激励下的振动特性。为验证上述结论的正确性，AMESim 是面向工程系统的高级建模仿真软件，它可对任何元件和系统的动态性能进行仿真计算。的用户界面友好，应用库多，软使用简单可靠，尤其在机械、液压机械系统的仿真研究方面具有很强的针对性和优越性。为工程设计提供了快速、准确的解决方案。是一个图形化的开发环境，适合于工程系统的建模，仿真和动态性能分析<sup>[7,8]</sup>。

油气悬架系统二自由度 AMESim 模型如图 5。设置仿真时间为 50 s，步长 0.001 s，车身高度为 1000 mm。对系统施加激励频率为 0.01 Hz、3.0 Hz、6.0 Hz 的激励频率，车身振动仿真结果如图 6，活塞杆的速度频谱仿真结果如图 7。

由图6可看出，激励频率为0.01 Hz、3.0 Hz、6.0 Hz 时车身振幅均呈现不稳定的振动状态，这种不稳定的

振动与前述系统的幅频特性相吻合。图7表明，系统在上述激励频率下的振动速度频谱均产生了若干个不同于激励频率的频率分量。

1) 激励频率  $f = 0.01$  Hz 时，由图7(a)所示的速度频谱表明，系统产生很多峰值，最大峰值并不发生在激励频率处(在4 Hz处)，在65 Hz、135 Hz处两个峰值。这表明低频激励下的系统产生亚谐波共振。

2) 激励频率  $f = 3.0$  Hz 时，两个高幅振动频率为 1.5 Hz、3.0 Hz，峰值频率为1.5 Hz，在15 Hz、39 Hz 附近存在大量频率分量，表明在该激励频率下系统存在有亚谐波和超谐波共振。

3) 激励频率  $f = 6.0$  Hz 时，两个高幅振动频率为 6.0 Hz、3.0 Hz，峰值频率为激励频率，在78 Hz附近存在大量频率分量，这表明在该激励频率下系统存在有亚谐波共振。

综上所述，系统在激励频率为0.01 Hz、3.0 Hz、6.0 Hz 时的振动状态不稳定是由于产生了接近激励频率分数或整数倍的频率分量而导致，这些频率分量使得系统产生亚谐波或超谐波共振，系统的振动与非线性幅频特性一致。

## 5. 结语

油气悬架是典型的非线性元件，本文建立的油气

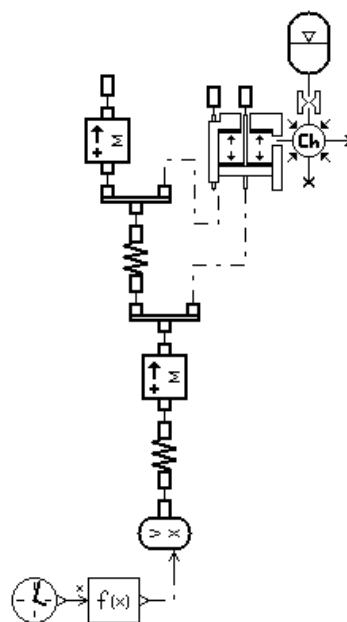
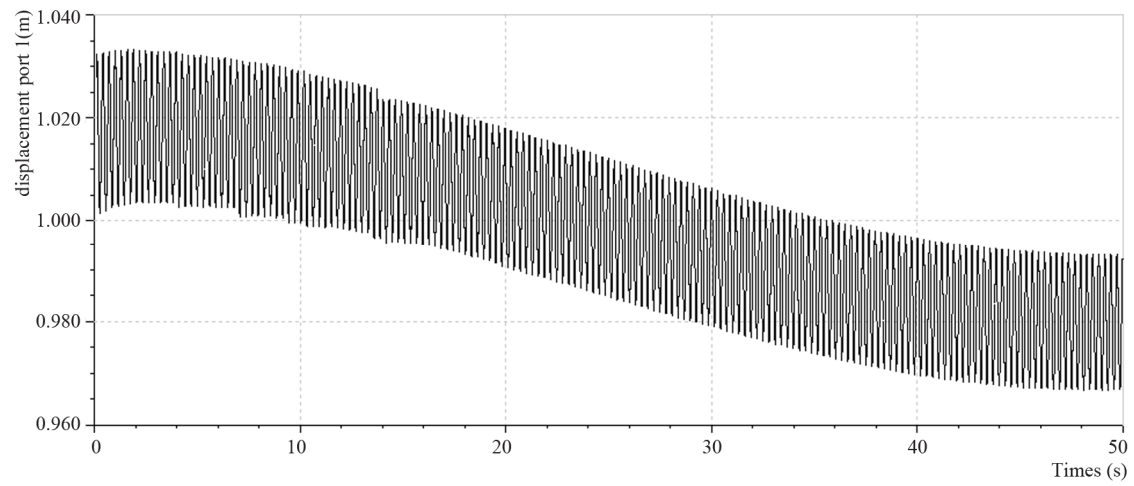
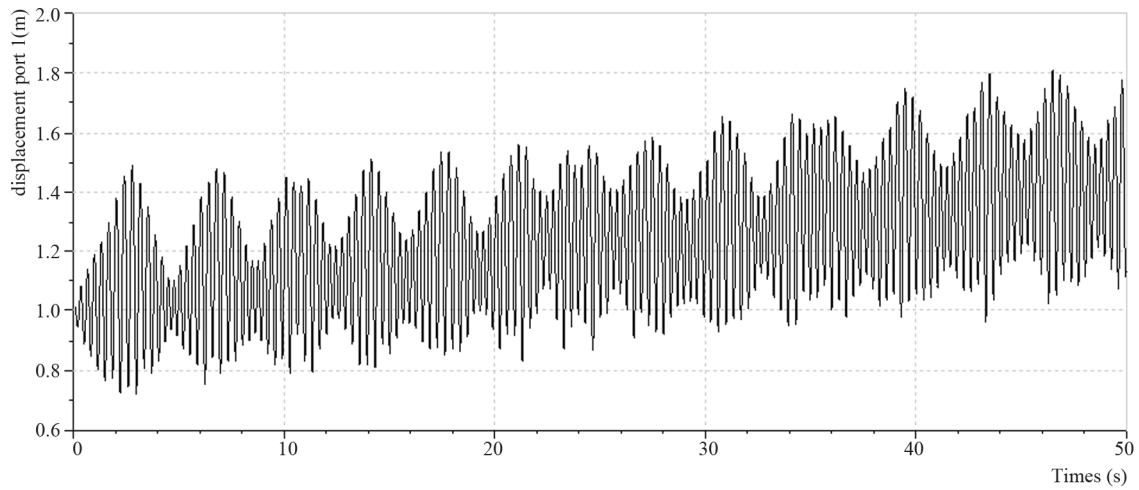


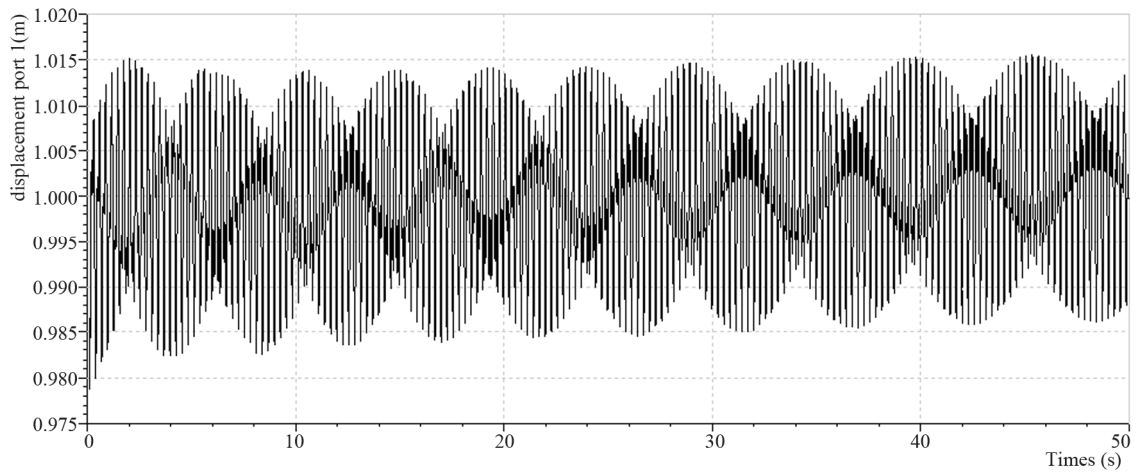
Figure 5. AMESim model of hydro-pneumatic suspension with two degree freedom  
图5. 油气悬架二自由度AMESim模型



(a)  $f = 0.01\text{Hz}$  (Actuator Frequency)  
(a) 激励频率  $f = 0.01\text{Hz}$

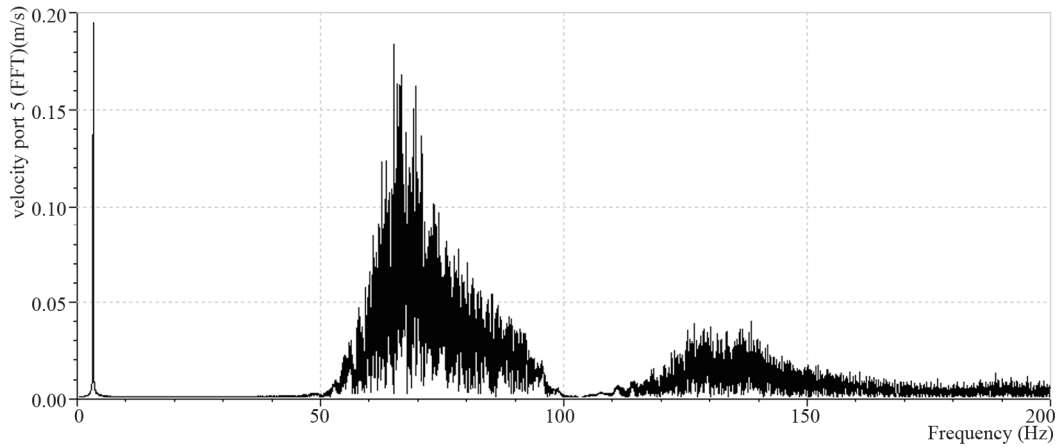


(b) 激励频率  $f = 3.0\text{ Hz}$   
(b)  $f = 3.0\text{ Hz}$  (Actuator Frequency)

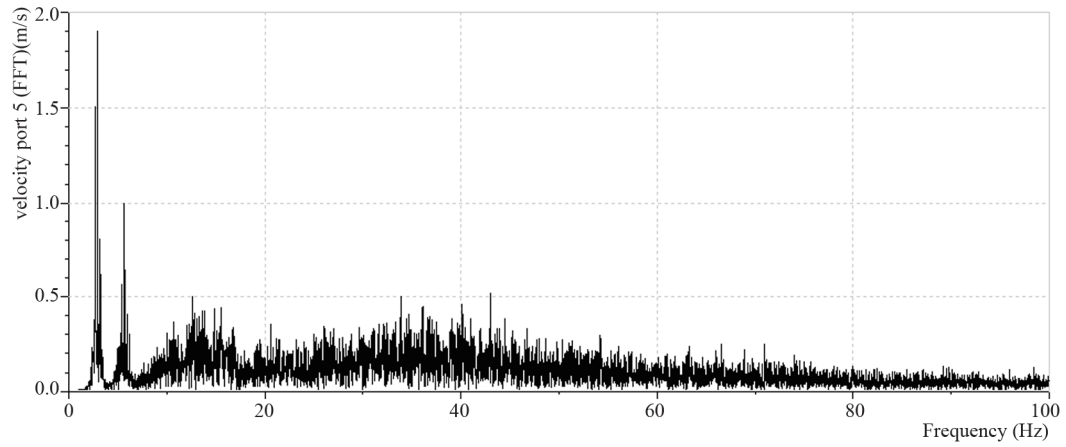


(c) 激励频率  $f = 6.0\text{ Hz}$   
(c)  $f = 6.0\text{ Hz}$  (Actuator Frequency)

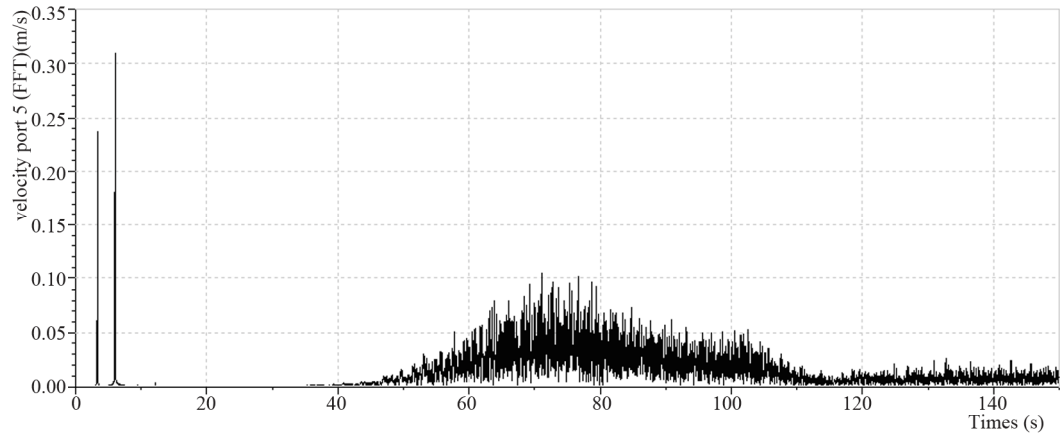
**Figure 6. Displacement Curve of body displacement (Actuator amplitude: 20 mm)**  
**图6. 车身位移曲线(激励振幅20 mm)**



(a)  $f = 0.01$  Hz (Actuator Frequency)  
(a) 激励频率  $f = 0.01$  Hz



(b)  $f = 3.0$  Hz (Actuator Frequency)  
(b) 激励频率  $f = 3.0$  Hz



(c)  $f = 6.0$  Hz (Actuator Frequency)  
(c) 激励频率  $f = 6.0$  Hz

**Figure 7. Velocity spectrum of piston rod (Actuator amplitude: 20 mm)**  
**图7. 活塞杆速度频谱(激励振幅20mm)**

悬架车身振动非线性模型和仿真结果表明系统是非线性的，在系统的振动敏感的频率段将产生亚谐波或

超谐波共振。设计产品时应考虑系统的固有频率，避开产生共振的频率，避免高、低频共振。

## 参考文献 (References)

- [1] 王云超, 高秀华, 郭建华, 张春秋 (2006) 油气悬架系统的虚拟样机研究. *系统仿真学报*, **8**, 2183-2186.
- [2] 封士彩 (2002) 油气悬挂非线性数学模型及性能特性的研究. *中国公路学报*, **3**, 122-126.
- [3] 马国清, 檀润华 (2002) 油气悬挂系统非线性数学模型的建立及其计算机仿真. *机械工程学报*, **5**, 95-98.
- [4] 刘雷, 阮春红 (2011) 基于 AMESim 的重型车辆油气悬架振动特性仿真研究. *机床与液压*, **5**, 105-107..
- [5] 丁继斌 (2010) 基于 AMESim 的车身高度控制系统仿真研究. *新技术新工艺*, **7**, 18-20.
- [6] 刘仕平, 杨非, 雷金柱 (2008) 基于 AMESim 的工程车辆液压悬架系统仿真. *华北水利水电学院学报*, **1**, 74-77.
- [7] 付永领, 祁晓野 (2006) AMESim 系统建模和仿真——从入门到精通. 北京航空航天大学出版社, 北京, 35-79.
- [8] 余佑官, 龚国芳, 胡国良 (2005) AMESim 仿真技术及其在液压系统中的应用. *液压气动与密封*, **3**, 28-31.