

# Probabilistic Remote State Preparation of an Arbitrary Two-Qubit State via Two Three-Qubit Partially Entangled States

Yiqiong Xu<sup>1</sup>, Yongwang Tang<sup>2</sup>, Kekun Guo<sup>2</sup>, Dong Xu<sup>2</sup>, Lei Shi<sup>3</sup>, Jiahua Wei<sup>3</sup>

<sup>1</sup>School of Information and Communication Engineering, Beijing University of Posts and Telecommunication, Beijing

<sup>2</sup>Information Engineering Institute, Information Engineering University, Zhengzhou Henan

<sup>3</sup>Information and Navigation College, Air Force Engineering University, Xi'an Shaanxi  
Email: weijiahua@126.com

Received: Nov. 9<sup>th</sup>, 2017; accepted: Nov. 24<sup>th</sup>, 2017; published: Nov. 30<sup>th</sup>, 2017

---

## Abstract

In this paper, we presented a novel scheme for probabilistic remote preparation of arbitrary two-qubit state via two three-qubit GHZ states. Any auxiliary particles need not to be introduced in our proposal. The total successful probability is equal to the square of the norm of the minimum amplitude coefficients of the partially entangled channel. The concrete process of this scheme is presented via some appropriate local unitary operations and measurement basis. When quantum channel is composed of two three-qubit maximally entangled states, the successful probability is equal to 1/4.

## Keywords

Quantum Remote Preparation, Successful Probability, Quantum Channel

---

# 基于三粒子非最大纠缠态的两粒子概率远程态制备

徐毅琼<sup>1</sup>, 唐永旺<sup>2</sup>, 郭克坤<sup>2</sup>, 徐东<sup>2</sup>, 石磊<sup>3</sup>, 魏家华<sup>3</sup>

<sup>1</sup>北京邮电大学信息与通信工程学院, 北京

<sup>2</sup>信息工程大学信息工程学院, 河南 郑州

<sup>3</sup>空军工程大学信息与导航学院, 陕西 西安

Email: weijiahua@126.com

## 摘要

本文提出了一种基于两个三粒子部分纠缠GHZ态的任意两粒子远程态制备方案。此制备协议并不需要引入辅助粒子，总体成功概率等于纠缠通道两个最小幅值模平方之积。结合具体幺正矩阵与测量基形式，本文给出了制备协议实现步骤。当纠缠通道取为两个最大纠缠GHZ态时，总体成功概率则等于1/4。

## 关键词

远程态制备，成功概率，纠缠通道

Copyright © 2017 by authors and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

量子纠缠是一种纯粹发生在量子物理世界中的现象[1]。量子纠缠态特指拥有多个子系统的复合系统的状态不能分解成为各个子系统状态之张量积，必须表示为几个不同张量积的叠加形式。典型量子纠缠态有两粒子Bell态、三粒子GHZ态与W态、多粒子Dicke态等。在光子、离子与电子等微观粒子中，或者在分子等介观粒子中，都可以观察到量子纠缠现象。

在量子通信研究领域中，量子纠缠得到了高度重视。量子远程态制备(Quantum State Preparation, RSP)是由H.K. Lo于2000年提出的[2]，被视为纠缠资源的典型应用成果，在理论方面得到了深入研究。C.H. Bennett等研究了远程态制备中的经典信息代价与量子纠缠资源之间的交换关系[3]。魏家华等通过引入辅助粒子与构造特殊形式的幺正矩阵，在接收方不掌握纠缠通道参数的情况下，实现了单粒子概率远程态制备[4]。J.F. Li等研究了如何在耗散环境中实现两粒子的远程态制备[5]。与此同时，在线性光学等系统中，量子远程态制备方案已经成功实现，并且远程态制备在其它系统中的物理可实现性也得到了充分探讨[6] [7] [8]。目前，在量子远程态制备研究方向中，依然存在很多重要开放问题，值得科研人员进一步探索。

本文探讨了如何基于两个三粒子部分纠缠GHZ态实现任意两粒子的远程态制备。基于特殊形式的幺正矩阵与两粒子测量基，此制备协议不需要引入任何辅助粒子，总体成功概率等于纠缠通道两个最小幅值模平方之积。特别是当纠缠通道是由两个最大纠缠GHZ态构成时，远程态总体成功概率等于1/4。同时，本文给出了制备协议的具体实现步骤。

## 2. 概率量子远程态制备协议

在量子远程态制备协议中，发送者需要基于量子纠缠通道帮助远端的接受者制备量子态。虽然发送者掌握了所要传递的量子态信息，但是接受者并不知道。假设发送者Alice需要帮助远端的接受者Bob制备下列形式的两粒子量子态：

$$|\psi\rangle = c_1|00\rangle + c_2|01\rangle + c_3|10\rangle + c_4|11\rangle \quad (1)$$

其中复数  $c_i (i=1,2,3,4)$  满足等式  $\sum_{i=1}^4 |c_i|^2 = 1$ 。在本制备协议中, 量子纠缠通道是由两个三粒子非最大纠缠 GHZ 态构成的:

$$\begin{aligned} |\psi_{123}\rangle &= a|000\rangle_{123} + b|111\rangle_{123} \\ |\psi_{456}\rangle &= d|000\rangle_{456} + e|111\rangle_{456} \end{aligned} \quad (2)$$

其中 Alice 拥有粒子 1、2、4 与 5, Bob 掌握粒子 3 与 6。a 与 d 为实数, b 与 e 为复数。根据概率归一化条件可知, 等式  $|a|^2 + |b|^2 = 1$  与  $|d|^2 + |e|^2 = 1$  成立。为了后续讨论方便, 假设  $|a| \geq |b| > 0$  与  $|d| \geq |e| > 0$ 。整体系统可以表示为:

$$|\psi_{123456}\rangle = |\psi_{123}\rangle \otimes |\psi_{456}\rangle = (a|000\rangle_{123} + b|111\rangle_{123}) \otimes (d|000\rangle_{456} + e|111\rangle_{456}) \quad (3)$$

下文将基于特殊形式的么正矩阵与两粒子测量基, 给出了制备协议的具体实现步骤:

Step 1: 发送者 Alice 分别对粒子 1 与 2、粒子 4 与 5 执行两粒子么正矩阵:

$$U(x, y) = \begin{pmatrix} y/x & -\sqrt{1-|y/x|^2} & 0 & 0 \\ \sqrt{1-|y/x|^2} & y/x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} x = a, c \\ y = d, e \end{matrix} \quad (4)$$

则原系统状态变为:

$$\begin{aligned} |\psi_{123456}^1\rangle &= [U(a, b)|\psi_{12}^0\rangle] \otimes [U(d, e)|\psi_{45}^0\rangle] \otimes |\psi_{36}^0\rangle \\ &= \left( b|000\rangle + b|101\rangle + \frac{a}{|a|} \sqrt{a^2 - |b|^2} |010\rangle \right)_{123} \\ &\quad \otimes \left( e|000\rangle + e|101\rangle + \frac{d}{|d|} \sqrt{d^2 - |e|^2} |010\rangle \right)_{456} \end{aligned} \quad (5)$$

Step 2: 为了实现两粒子量子态制备, 发送者 Alice 需要构造一组特殊的测量基:

$$\begin{pmatrix} |\lambda_1\rangle \\ |\lambda_2\rangle \\ |\lambda_3\rangle \\ |\lambda_4\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_2^* & -c_1^* & c_4^* & -c_3^* \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ \eta c_2^* & -\eta c_1^* & -\eta^{-1} c_4^* & \eta^{-1} c_3^* \\ \eta c_1 & \eta c_2 & -\eta^{-1} c_3 & -\eta^{-1} c_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |00\rangle \\ |01\rangle \\ |10\rangle \\ |11\rangle \end{pmatrix} \quad (6)$$

其中  $\eta = \sqrt{(|c_3|^2 + |c_4|^2) / (|c_1|^2 + |c_2|^2)}$ 。则系统状态可以重新表示为:

$$\begin{aligned} |\psi_{123456}^1\rangle &= p_1 |00\rangle_{25} \otimes |\lambda_1\rangle_{14} \otimes (c_2 |00\rangle - c_1 |01\rangle + c_4 |10\rangle - c_3 |11\rangle)_{36} \\ &\quad + p_1 |00\rangle_{25} \otimes |\lambda_2\rangle_{14} \otimes (c_1^* |00\rangle + c_2^* |01\rangle + c_3^* |10\rangle + c_4^* |11\rangle)_{36} \\ &\quad + p_1 |00\rangle_{25} \otimes |\lambda_3\rangle_{14} \otimes (\eta c_2 |00\rangle - \eta c_1 |01\rangle - \eta^{-1} c_4 |10\rangle + \eta^{-1} c_3 |11\rangle)_{36} \\ &\quad + p_1 |00\rangle_{25} \otimes |\lambda_4\rangle_{14} \otimes (\eta c_1^* |00\rangle + \eta c_2^* |01\rangle - \eta^{-1} c_3^* |10\rangle - \eta^{-1} c_4^* |11\rangle)_{36} \\ &\quad + p_2 |10\rangle_{25} \otimes |010\rangle_{13} \otimes (e |00\rangle + e |11\rangle)_{46} \\ &\quad + p_3 |01\rangle_{25} \otimes (b |00\rangle + b |11\rangle)_{13} \otimes |010\rangle_{46} + p_4 |11\rangle_{25} \otimes |0000\rangle_{1346} \end{aligned} \quad (7)$$

其中

$$\begin{aligned}
 p_1 &= be & p_2 &= ae\sqrt{1-|b/a|^2} \\
 p_3 &= bd\sqrt{1-|e/d|^2} & p_4 &= ad\sqrt{(1-|b/a|^2)(1-|e/d|^2)}
 \end{aligned}$$

Step 3: 发送者 Alice 对粒子 1 与 4 执行测量  $\{|\lambda_i\rangle | i=1,2,3,4\}$ 。当且仅当测量值等于  $|\lambda_1\rangle_{14}$ ，且粒子 2 与 5 等于  $|00\rangle_{25}$ ，远程态制备可以成功，此时粒子 3 与 6 状态可以表示为

$$(c_2|00\rangle - c_1|01\rangle + c_4|10\rangle - c_3|11\rangle)_{36} \quad (8)$$

Step 4: 随后接受者 Bob 对粒子进行单粒子么正矩阵，即可得到原始两粒子量子态，总体成功概率为  $|p_1|^2 = |be|^2$ 。

### 3. 总结

本文提出了一种基于三粒子部分纠缠 GHZ 态的任意两粒子远程态制备协议。通过构造特殊形式的么正矩阵与两粒子测量基，此制备协议不需要引入辅助粒子，总体成功概率等于纠缠通道两个最小幅值模平方之积。当接收端不掌握量子纠缠通道时，此协议依然适用。

### 基金项目

感谢国家自然科学基金(61703428, 61703420 与 61703422)资助。

### 参考文献 (References)

- [1] Nielsen, M.A. and Chuang, I.L. (2000) *Quantum Computation and Quantum Information*. Cambridge University Press, Cambridge.
- [2] Lo, H.K. (2000) Classical-Communication Cost in Distributed Quantum-Information Processing: A Generalization of Quantum-Communication Complexity. *Physical Review A*, **62**, Article ID: 012313. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.62.012313>
- [3] Bennett, C.H., DiVincenzo, D.P., Shor, P.W., et al. (2001) Remote State Preparation. *Physical Review Letter*, **87**, Article ID: 077902. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.87.077902>
- [4] Wei, J.H., Dai, H.Y. and Zhang, M. (2014) Two Efficient Schemes for Probabilistic Remote State Preparation and the Combination of Both Schemes. *Quantum Information Processing*, **13**, 2115-2125. <https://doi.org/10.1007/s11128-014-0799-6>
- [5] Li, J.F., Liu, J.M., Feng, X.L., et al. (2016) Deterministic Remote Two-Qubit State Preparation in Dissipative Environments. *Quantum Information Processing*, **15**, 1-14. <https://doi.org/10.1007/s11128-016-1257-4>
- [6] Dai, H.Y., Zhang, M. and Kuang, L.M. (2008) Classical Communication Cost and Remote Preparation of Multiqubit with Three-Party. *Communications in Theoretical Physics*, **50**, 73. <https://doi.org/10.1088/0253-6102/50/1/15>
- [7] Xiang, G.Y., Zhang, Y.S., Li, J., et al. (2003) Scheme for Preparation of the W-State by Using Linear Optical Elements. *Journal of Optics B Quantum & Semiclassical Optics*, **5**, 208-210. <https://doi.org/10.1088/1464-4266/5/3/302>
- [8] Xia, Y., Song, J. and Song, H.S. (2008) Linear Optical Protocol for Preparation of N-Photon Greenberger-Horne-Zeilinger State with Conventional Photon Detectors. *Applied Physics Letters*, **92**, Article ID: 021127. <https://doi.org/10.1063/1.2836268>

**知网检索的两种方式：**

1. 打开知网页面 <http://kns.cnki.net/kns/brief/result.aspx?dbPrefix=WWJD>  
下拉列表框选择：[ISSN]，输入期刊 ISSN：2161-0916，即可查询
2. 打开知网首页 <http://cnki.net/>  
左侧“国际文献总库”进入，输入文章标题，即可查询

投稿请点击：<http://www.hanspub.org/Submission.aspx>

期刊邮箱：[mp@hanspub.org](mailto:mp@hanspub.org)