

Study on the Snake-Like Movement of High-Speed Railway Vehicles Based on Steady-State Vibration Theory of the Center of Mass

Aiguo Shen¹, Hanlin Shen¹, Jian Zhao²

¹Southwest Jiaotong University, Chengdu

²China Zhongtie Major Bridge Engineering Group Co. Ltd., Wuhan
Email: 32916750@qq.com

Received: Oct. 18th, 2012; revised: Nov. 27th, 2012; accepted: Dec. 8th, 2012

Abstract: By analyzing the relationship between the various degrees of freedom of the body and the car body mass center transverse vibration, the establishment of a simplified model of the vehicle center of mass lateral vibration analysis, and on this basis, the use of the vibration condition of stable equilibrium system to prove that the support of gravity and track surface power is the root cause of the car center of mass in the lateral vibration of rail surface, and thus derive the relationship between the turnout center of mass transverse vibration frequency of the wheel tread taper, found that when the wheel tread taper $\geq 1/40$, vehicle physical the lateral vibration of the heart is stable. Based above and combined with different speed and different lateral vibration frequency, the snake-like movement wavelength of the train vehicle was discussed, as the further step, the lateral force induced by snake-like movement and effected on the orbit was discussed deeply, it is found that the value of the force is in the range of 5% to 20% of the vehicle weight, the given specification (10% of the vehicle weight) is just located in this range.

Keywords: Snake-Like Movement; Stamping and Surface Taper; Snake-Like Movement Frequency

基于质心体系稳态振动理论的高速列车蛇形运动研究

申爱国¹, 申翰林¹, 赵建²

¹西南交通大学, 成都

²中铁大桥局集团公司, 武汉
Email: 32916750@qq.com

收稿日期: 2012年10月18日; 修回日期: 2012年11月27日; 录用日期: 2012年12月8日

摘要: 本文通过分析车体各个自由度与车体质心横向振动之间的关系, 建立了车体质心横向振动分析的简化模型, 在此基础上, 运用稳定平衡体系的振动条件, 证明重力和轨面支撑力是导致车体质心在轨面上发生横向振动的根本原因, 并由此推导出车体质心横向振动频率与车轮踏面锥度之间的关系, 发现当车轮踏面锥度 $\geq 1/40$ 时, 车体质心的横向振动是稳定的。在此基础上, 讨论了车体在不同横向振动频率和不同行驶速度情况下的蛇形运动波长以及因蛇形运动而作用于轨道上的横向作用力。而有关横向作用力的计算表明, 车体对轨道的横向作用力在车体重量的 5%~2% 之间, 而规范给出的数据敲好处于这个范围内。

关键词: 蛇形运动; 踏面锥度; 蛇行运动频率

1. 车体横向振动分析的必要性及模型简化

目前,人们经常用到的车体模型具有六个自由度(如图 1 所示),因而使得车体在行驶中的运动形态由以下六种独立的运动组合而成^[1],这六种独立的运动形态分别为:1)车体质心的横向振动;2)车体质心的沉浮振动;3)车体质心的前后振动;4)车体绕质心坐标系横轴的点头振动;5)车体绕质心坐标系竖轴的摆头振动;6)车体绕质心坐标系纵轴的侧滚振动^[2]。

本论文的研究内容是车体质心的横向振动规律。在上述六种运动中,车体的点头、摆头、侧滚等运动是叠加于质心运动之上的运动,其运动性质均由车体内部的弹性联结所决定,因此,这些运动表现了车体内部结构的动力性能,并不影响车体质心的振动^[3]。而车体质心的运动(包括横向振动、质心沉浮、质心前后)是由车体所受外力所决定,由于车辆在行驶过程中并不具备激发前后振动的外力条件,因此,本研究不考虑前后振动^[4];车体质心的沉浮振动是由车体重力所引起,对于车体质心的横向振动无任何影响,因此本课题也将不考虑这一运动;只有车体的横向振动因车体重力和钢轨支撑力的联合作用而必然发生,并造成了车辆在行驶过程中的蛇形运动,因此,车体的横向振动研究将成为蛇形运动研究的关键^[5,6]。

通过上述分析可以看到,在研究车体质心的横向振动时,车体模型的其他五个自由度均与其无关,因此,只需要针对质心横向运动自由度建立模型即可。

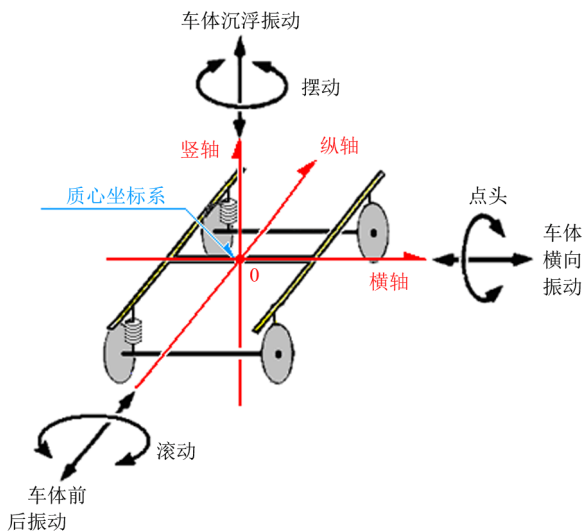


Figure 1. The six vibration of the body in the process of moving
图 1. 车体在行驶过程发生的六种振动

2. 车体横向振动简化模型的建立及分析

根据物理学定律,运动状态的改变与外力作用有关,因此,能够改变车体质心横向振动的根源必然是车体以外的物体施加给车体的力。对于本课题所研究的车体质心的横向振动,与其相关的外力来自两个方面:重力和轮轨作用力。

车体质心发生横向运动时,用铁路的术语来说就是发生了轮对的爬轨现象。在这个过程中轮轨发生了相互作用,因而在作用点处产生了弹性支承力和弹性蠕滑力。由于弹性蠕滑所产生的作用相对于弹性支承的作用要小得多,同时弹性蠕滑对于车体横向振动的本质几乎无影响,可以暂不考虑,因此,只需考虑轮轨之间相互压迫而产生的垂直于轮轴的弹性支承力。

车体质心所受到的重力任何时候都垂直于地面。当车体发生横向偏位时,轮轴出现轻微的倾斜,使得重力方向与轮轴法线出现小的交角,这时,重力的作用分解为两个分量,其中垂直于轮轴的分量与轨道的支撑力平衡,而平行于轮轴的分量则成纠正轮对偏位并促使其回归平衡位置的力量,也就是这个分力成为车体发生横向振动的根本有原因。在以后的讨论中可以看到,这个接近于水平方向的分力具备典型的弹簧力特征,使得车体质心在发生横向偏位时,总是感受到一个无形的固定于平衡位置处的弹簧在控制着它的横向运动,因而使得车体的横向偏位变成了一种横向振动。为了求解车体横向振动的频率,本文在研究工作的初始阶段做出如下两点假设:

- 1) 仅考虑轮轨之间的压迫作用,不考虑轮轨之间的蠕滑作用;
- 2) 假设车轮踏面形状为斜平面,锥角为常数值;
- 3) 用一个轮对代替车体,并且轮对质心具有全部车体的重量;
- 4) 忽略钢轨的截面形状,假设钢轨与轮对之间是点接触。

根据以上假设建立起如下支撑在轨面上的轮对力学模型。在图 2 所示的简化模型中,以轮对代表车体,当轮对发生横向移动 x 时,由于车轮的踏面存在锥度 β ,使得两个车轮的行驶半径发生变化,分别变为 R_1 和 R_2 ,并使得轮轴发生倾斜,倾斜的角度为 Ω 。

根据图 3,轮轴倾角 Ω 可近似表示为:

$$\Omega = (R_2 - R_1) / L$$

该倾角造成重力 mg 与轮轴法线之

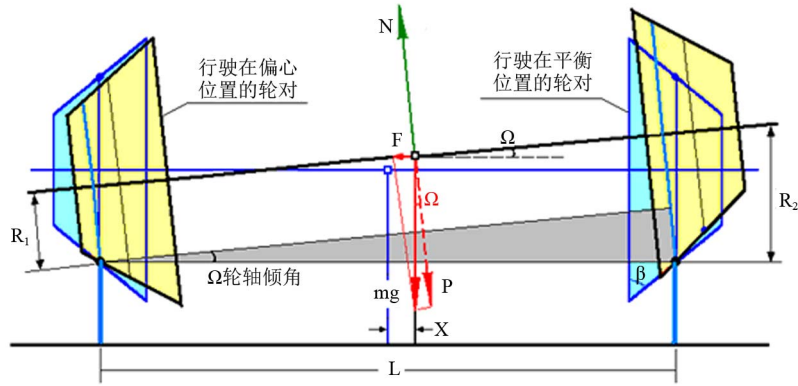


Figure 2. The simplified model for wheels supported on the track surface
图 2. 轮对支撑在轨面上的简化模型

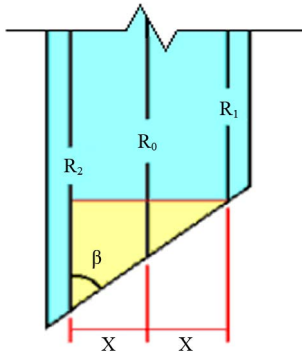


Figure 3. The contour of wheel's tread
图 3. 车轮踏面局部

间出现夹角 Ω 。此时，重力 mg 可分解为 P 与 F ，其中 P 与轨道支撑力 N 平衡，而分力 F 便提供了一个使轮对重心回归平衡位置的恢复力， F 的大小为 $F = -mg \times \Omega$ ，式中的负号表示力的方向总是与位移的方向相反。考虑到倾角 Ω 很小，可以近似表示为 $\Omega \approx (R_2 - R_1)/L$ ，由此可得：

$$F = -mg \times (R_2 - R_1)/L \quad (1)$$

根据图 3，车轮踏面的锥角 β 与侧向横移 x 以及侧移之后新的滚动半径 R_1 和 R_2 之间存在如下关系，即：

$$\tan(\beta) = 2x/(R_2 - R_1) \quad (2)$$

由此可得： $R_2 - R_1 = 2x/\tan(\beta)$ ，将其带入(1)式，得：

$$F = -2x \times mg/L \tan(\beta) = -2mg/L \tan(\beta) \times x \quad (3)$$

为了帮助了解和分析图 2 所示轮对的横向振动和公式(3)，不妨分析图 4。从图 4 可以看到，对于处在稳定平衡环境中的质点，当其偏离平衡位置 O 点而到

达 A 时，总是受到具有 $F = -mg\theta = -kx$ 形式的恢复力的作用而趋向平衡位置，从而形成围绕平衡位置 O 点的振动。根据图 3 所做的受力分析和公式(3)，车体重心的受力完全等同于图 4 所示的质点受力，因此，车体在轨道上的横向运动必然形成围绕平衡位置的横向振动，当这种振动发生在车辆高速行驶的过程中时，轮对便走出了一条蛇形的轨迹。

显然，公式(3)也具备典型的恢复力特征，因此，按照小变形下的振动理论，轮轨体系平衡状态的等效恢复刚度 K 可以表示为：

$$K = 2 mg/L \tan(\beta) \quad (4)$$

根据稳定体系振动频率的计算公式，可得：

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{K/m} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{2g/L \cdot \tan(\beta)} \quad (5)$$

而横向振动频率随踏面锥度的变化率可以由下式给出：

$$\frac{df}{d\beta} = -\frac{\sqrt{2g/L}}{4\pi} \frac{1}{\sqrt{\tan(\beta)^2}} \frac{1}{\cos(\beta)^2} \quad (6)$$

由(5)式和(6)式所表达出的关系被绘制在图 5 之中。从图 5 可以看到，当踏面锥度小于 $0.02(1/50)$ 时，车体横向振动频率随锥度的减小增加速度很快，表现出一种很不稳定的状态；而在大于 $0.02(1/50)$ 以后，横向振动频率呈现出随锥度的增加而线形缓慢减小的稳定趋势，其变化率接近于 0。因此，目前我国铁路车辆轮对踏面中心区域的锥度主要采用 $0.025(1/40)$ ，这说明本文(5)式给出的结果是可信的，极具使用价值。

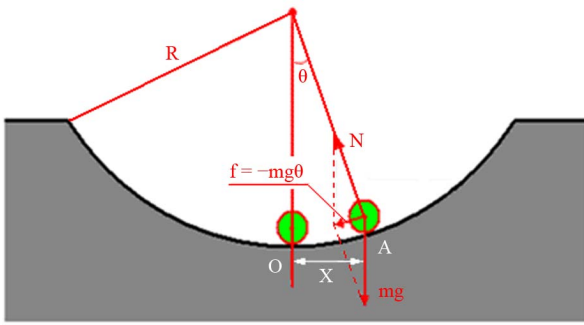


Figure 4. The schematic diagram of a state equilibrium system
图 4. 关于稳态平衡示意图

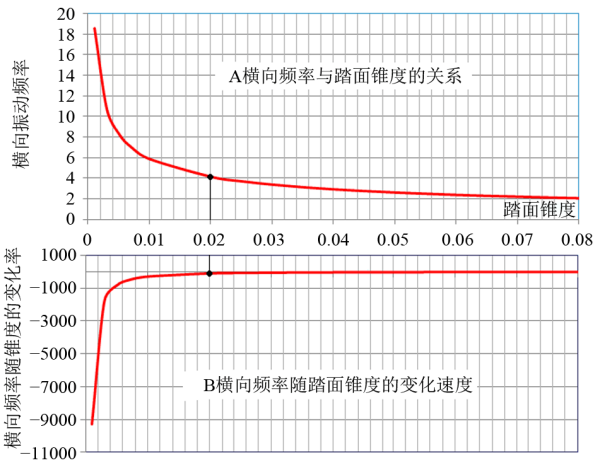


Figure 5. The relationship between f and β according to the formula 5
图 5. 根据 5、6 式绘出的 f 与 β 的关系

3. 车体蛇形运动和横向作用力计算

车辆在行驶过程中，由于轮缘与钢轨之间存在滑动空间(见图 6)，使得轮对不可避免地出现偏离水平平衡位置，因而立刻受到恢复力的作用促其向平衡点回归，这样，便造成了车体质心围绕平衡位置的横向振动；此时车体质心同时以速度 v 沿钢轨前行，就造成车体质心将沿着一个蛇形的轨迹前进，形成蛇形运动(见图 6)。

车体质心在横向振动过程中始终受到重力与支撑力的合力作用，而合力的方向始终指向平衡位置，合力的大小为 Kx 。根据牛顿第三定律，车体质心也必然对外界产生反作用力，这个反作用力必然作用在轮轨接触点，方向总是与合力相反，而大小也是 Kx 。假设车体的质量为 m ，车体质心横向振动的幅值为 A ，横向振动角频率为 ω ，那么，车体作用于轨道上的力 F 按照下式计算：

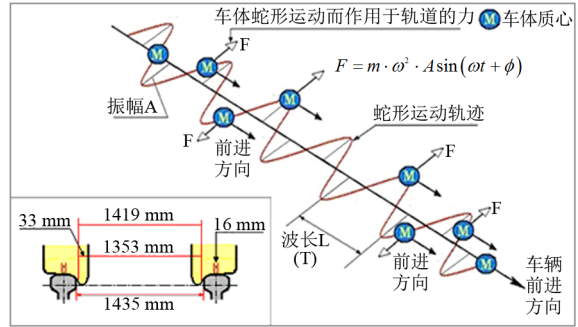


Figure 6. The schematic diagram of snake-like movement of train
图 6. 车体蛇形运动示意图

$$F = m \cdot \omega^2 A \sin(\omega t + \varphi) \quad (7)$$

根据(7)式可以看到，车体质心对于轨道作用力的大小完全是由横向振动的频率和幅值所决定，与车速无关。

将以上讨论与图 6 相结合可知，车体的蛇形运动轨迹可以由三个参数给予描述：横向振动频率 f 、车速 v 和横向振幅 A 。其中 v 是已知的， A 可以由轮对的横向行走间距控制，因此，如何获取横向振动频率便成为研究蛇形运动的关键。

通过本论文前面的分析，作者在假设轮轨踏面锥角为定值的前提下，推导出车体横向振动频率的计算公式(5)，根据(5)式，作者计算了踏面锥角分别为 1/40、1/20 和 1/15 时的横向振动频率(见表 1)。在此基础上，作者进一步就车体以不同的横向振动频率和速度在轨道上高速行驶时所导致的蛇形运动轨迹的波长进行了计算。所有相关计算结果见表 1。

根据以上分析以及表 1 的计算结果，可以得到如下几点结论：

- 1) 由于轮轨踏面的锥度是必然存在的，所以车辆的横向运动和蛇形运动是不可避免的，而且它们的出现与行车速度无关；
- 2) 车辆横向振动频率随着踏面锥度的增大而减小，在一定的范围内，二者的关系呈线性反比关系；
- 3) 车辆蛇形运动的波长与行驶速度有关，车辆行驶的速度越快，蛇形运动的波长越长；

车辆在蛇形运动中通过轮轨相互作用对钢轨产生横向作用力，力的强度可以由 $F = m\omega^2 A$ 计算，其中 m 为车体质量， ω 为车体横向振动圆频率， A 为轮缘的行走间隙，由此可以得到表 2 所示轨道横向荷载计算结果。

Table 1. The estimate table of snake-like vibration frequency (Hz) and wavelength (m)

表 1. 蛇形振动频率(Hz)和波长(m)估算表

| 踏面锥度 | 横向频率 Hz | 不同车速下的蛇形波长 s(m) | | | |
|------|---------|-----------------|----------|----------|----------|
| | | 200 km/h | 250 km/h | 300 km/h | 350 km/h |
| 1/40 | 3.69 | 15.1 | 18.8 | 22.6 | 26.4 |
| 1/20 | 2.61 | 21.3 | 26.6 | 32 | 37.3 |
| 1/15 | 1.84 | 30.2 | 37.7 | 45.3 | 52.8 |

Table 2. The lateral load (kN) for different lateral vibration frequency

表 2. 不同横向振动频率下轨道横向荷载计算(kN)

| CRH ₃ 相关参数 | | 横向振动频率(Hz) | | |
|----------------------------|----|------------|-------|-------|
| | | 3.69 | 2.61 | 1.84 |
| 车体质量 m(10 ³ kg) | 75 | | | |
| 轮缘游走间隙 A(mm) | 16 | 161 kN | 81 kN | 40 kN |

从表 2 可以看到，根据车辆横向振动所计算得到的轨道荷载远与规范中给出的数据有很大区别。规范规定在计算轨道横向荷载时，可取为车体重量的 10%，而表 2 给出的计算数据与横向振动频率的高低密切相关。当车体横向振动频率为 1.84 Hz 时，横向荷载约为车体重量 5%；当频率为 2.61 Hz 时，横向荷载约为车体重量 11%；当频率为 3.69 Hz 时，横向荷载约为车体重量的 22%，而规范给出的结果对应于车轮踏面锥度为 1/20、横向振动频率为 2.61 Hz，由此可见，本论文给出的结果对于桥梁横向振动分析是相当重要的。

以上讨论均是在关于轮轨相互作用的相关假设的前提下展开的。为了使得讨论更接近于实际情况，下面将进一步深化讨论。

4. 关于轮轨之间的蠕滑效应对于车辆横向振动和蛇形运动的影响

关于蠕滑，文献中是这样定义的：当轮对沿钢轨滚动并自正中位置横移或偏转时，轮轨之间在纵向、横向和垂直于接触平面的回转方向产生相对位移，这种相对位移称为蠕滑。这种蠕滑属于弹性滑动，是介于纯滚动和纯滑动之间的一种中间形式。

根据上述定义，蠕滑是一种包含纯滚动和纯滑动的复合运动。由于本论文目前仅讨论车体的横向运动，所采用的模型也只涉及到车体的横向自由度，因此，论文中关于横向运动的力学方程只涉及到与横向

运动相关的力。在目前论文研究所涉及的横向力中，其中因蠕滑作用而产生的横向力不具备恢复力的特征，因此不会引发或改变车体的横向振动及频率，也就是说，当研究的视点聚焦在车体的横向振动性质时，横向蠕滑力将不发生作用。当然，这种横向蠕滑力具有耗能的作用，使得轮对的横向振动幅度渐趋衰减，从而确保轮对的横向振动成为稳定振动。因此，在前面关于车体横向振动的研究中，可以不考虑蠕滑作用。

5. 关于车轮踏面的形态对于横向振动的影响

图 7 所示为车轮踏面的形态，其形态较为复杂，由(A-B-C-D-E-F)所组成，大致可以分成 5 段，下面就每一段对于车体横向运动的影响给予简单的分析。

5.1. 关于轮缘(A-B 段)的影响

轮缘主要由 A-B 段构成。这一段踏面具有明显的非线性特征，对于车体的横向运动有较大影响，但分析难度较大。然而，考虑到车体在行驶过程中触及到轮缘的时间非常有限，因此，轮缘的影响并不能从根本上改变车体横向振动最本质的内涵，只是对车体横向振动位移的主体产生一些扰动^[7]。

5.2. B-C-D-E 段的影响

这一段踏面是车辆行驶过程中触及最多的区域，因此，也是对车辆横向运动影响最大的区域，不过，该区域的锥度并非定值^[8]，而是分段线性，其锥度分别为 $\tan(\beta_1)$ 、 $\tan(\beta_2)$ 、 $\tan(\beta_3)$ ，如图 7 所示。为了将踏面的分段线性对于车体横向运动的影响给予定量的分析，论文拟采用解析函数模拟这一段踏面。

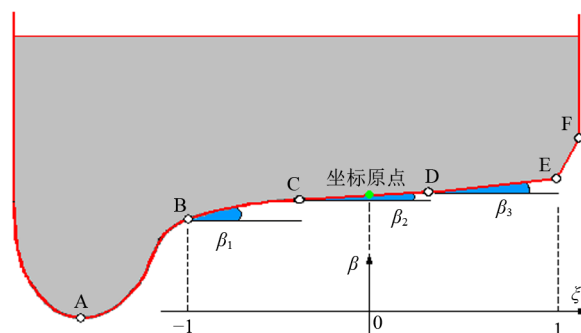


Figure 7. The conventional form of wheel tread
图 7. 车轮踏面的常见形态

根据图 7 所示的踏面形态, 踏面锥角 β 随踏面位置的变化可以表示为如下局部变量 ξ 的函数:

$$\beta(\xi) = \beta_0 + k \cdot \xi^2 \quad \xi = [-1, 1] \quad (8)$$

根据车轮踏面的常用参数, 图 7 中坐标原点处 ($\xi = 0$) 的锥度 $\tan(\beta_1)$ 取值为 $1/40$; 在区间边界处 ($\xi = \pm 1$), 踏面锥度 $\tan(\beta_1)$ 和 $\tan(\beta_3)$ 的值分别取为 $1/20, 1/15, 1/10$, 由此可以确定函数中的参数 β_0 和 k 的分别取值为: $\beta_0 = 1/40, k = 1/40, 1/24, 3/40$ 。因此, 踏面锥度模拟函数的具体形式可表达为(9)式^[9,10]。

$$\beta(\xi) = \begin{cases} \frac{1}{40}(1 + \xi^2) & \beta_0 = 1/20 \\ \frac{1}{40}\left(1 + \frac{5}{3}\xi^2\right) & \beta_0 = 1/15 \\ \frac{1}{40}(1 + 3\xi^2) & \beta_0 = 1/10 \end{cases} \quad (9)$$

将(9)式代入(5)式便得到 B-E 段内横向振动频率随踏面锥度的变化而变化的规律(如图 8 所示)。

从图中可以看到, B-E 区间踏面锥度的变化使得车辆重心的横向振动成为变频振动, 当踏面核心区域的锥度为 $1/40$ 时, 频率曲线显示的是一种状态比较稳定的横向振动; 而当踏面核心区域的锥度接近于水平时($=1/100$ 和 $1/1000$), 车体的横向振动频率迅速增大, 横向振动呈现出紊乱的趋势。但由于车轮踏面两侧锥度和蠕滑作用的存在, 紊乱现象将会大大受到抑制, 因此, 从理论上讲, 踏面核心区域保持适当的锥度是必要的。

5.3. E-F 段的影响

这一段踏面已经位于脱轨的边缘, 应当避免接触

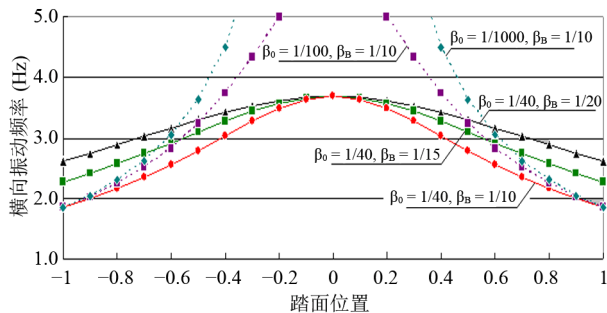


Figure 8. The lateral vibration frequency varies with the changes of tread taper in the middle of wheel surface
图 8. 踏面中段的锥度变化造成横向振动频率的变化

点进入该段, 而车辆在正常行驶当中, 轮轨接触点没有进入这个区域, 因此, 不必考虑该区段的影响。

6. 总结

本文通过分析车体各个自由度与车体质心横向振动之间的关系, 对车体模型进行了简化, 从而建立起用于分析车体横向振动的计算模型。在此基础上, 运用稳定平衡体系的振动条件, 证明重力和轨面支撑力是导致车体质心在轨面上发生横向振动的根本原因, 并由此推导出横向振动频率的计算公式, 然后依据车体的横向振动频率和行驶速度, 计算出车体蛇形运动的波长, 使得人们对于蛇形运动有了更清晰的了解。由于蛇形运动的客观存在, 使得行驶中的车体通过轮轨作用对轨道产生了横向作用力, 因此, 当车辆高速通过桥梁时, 也必然使得桥梁感受到强大的横向作用力而发生横向振动。本论文在蛇形运动研究的基础上, 分析计算了动车组在高速通过一座连续梁道岔桥时, 由于蛇形运动而激发出的桥面横向振动。

本论文在关于车体横向振动的研究中证明, 当轮对踏面锥度在大于 $0.02(1/50)$ 时, 车体的横向振动比较稳定, 这也是目前我国车体轮对踏面锥度采用 $1/40$ 的原因; 再者, 当充分了解车体的蛇形运动之后, 可以更准确地建立轮轨横向作用力模型, 以便提高桥梁横向运动分析的可信度。

参考文献 (References)

- [1] 曾庆元, 郭向荣. 列车桥梁时变系统振动分析理论与应用[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1999: 942107.
- [2] 夏禾. 车辆与结构动力相互作用[M]. 北京: 科学出版社, 2002: 71287.
- [3] 王贵春, 潘家英, 程庆国. 铁路桥梁在列车荷载作用下的动力分析[J]. 中国铁道科学, 1996, 17(4): 80289.
- [4] 翟婉明. 车辆-轨道耦合动力学[M]. 北京: 中国铁道出版社, 2002: 62278.
- [5] 韩坤. 高速列车高频振动特性分析[D]. 北京交通大学, 2011.
- [6] 泓哲二等. 铁道车辆蛇形运动的模拟分析[J]. 国外铁道车辆, 1985, 3: 19-26.
- [7] 杨国祯. 车轮踏面的初步研究(下)[J]. 铁道车辆, 1978, 12: 1-17.
- [8] A. F. Souza 等. 轮轨踏面形状对蛇形运动的影响[J]. 国外铁道车辆, 1990, 3: 32-40.
- [9] 横濑景司等. 圆弧形车轮踏面高速转向架蛇形运动解析[J]. 国外铁道车辆, 1991, 6: 30-38.
- [10] 森川克二. 车轮踏面形状的研究[M]. China Academic Journal Electronic Publishing House, 1994-2010.