

New Approach for S-N Curve after Fitting Random Fatigue Life Data to Weibull Distribution

Guijin Wang

Alloy Steels Department, Central Iron & Steel Research Institute, Beijing
Email: meiwg6234@gmail.com

Received: Jun. 9th, 2017; accepted: Jun. 24th, 2017; published: Jun. 28th, 2017

Abstract

This paper presents a new approach to build up S-N curve by first fitting fatigue datasets to three parameter Weibull distribution under the scheme of adjusting location parameter and maximum fatigue life to match the shape parameter of skewness and kurtosis from sample fatigue data with that of fitted Weibull distribution. Thereafter, the dimensional parameter of the Weibull distribution under various cyclic stresses can be used to calculate S-N curve, its expected standard deviation and accumulated failure life rate L10, L63, L90. This new approach has been justified due to available experimental data of Zhao etc.

Keywords

S-N Curve, Weibull Distribution, Skewness and Kurtosis, Fitting Indicator

拟合威布尔随机寿命S-N曲线的新算法

王桂金

原钢铁研究总院合金钢室, 北京
Email: meiwg6234@gmail.com

收稿日期: 2017年6月9日; 录用日期: 2017年6月24日; 发布日期: 2017年6月28日

摘要

本文对不同定幅交变应力下的疲劳寿命数据, 采取调整位置参数和最大寿命值的方法使其数据内禀斜度/峭度的形状参数与极大似然法拟合的三参数威布尔分布的形状参数一致, 进而建立相应的S-N曲线。因

为各组试样数据已符合威布尔分布，可以根据尺寸参数随应力的变化计算S-N曲线并计算标准差及预期寿命L10, L63和L90。本文以赵永翔等人的数据为例，说明如何应用这种新算法。

关键词

S-N曲线，威布尔分布，斜度和峭度，拟合指数

Copyright © 2017 by author and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

自从 Wohler 在 1870 年提出材料疲劳寿命和所加交变应力存在一定关系之后，各国科学家一直寻求其最合适的表达式[1] [2] [3] [4]。然而，由于疲劳样本容量以及试验机运行时间的限制，常常得不到满意结果。后来美国 ASTM 提出可由定幅交变应力(应变)下 N 个疲劳数据先求出平均值及标准差，如果对数平均寿命和对数应力(应变)之间存在线性关系，则可认为各组疲劳数据服从对数正态分布或者威布尔分布[1] [3] [4]。但是由于样本小没能合理验证寿命数据的分布函数，结果不理想。为了改进威布尔寿命数据拟合精度，本作者发展一种新算法，通过调整位置参数和名义最大寿命数据(99%)使得三参数威布尔形状参数 κ 和疲劳数据内禀斜度/峭度形状参数一致[5]。在这个基础上，就可以计算 S-N 曲线及其标准差和预期寿命 L10, L63 和 L90。

计算方法

威布尔分布

威布尔累计失效率有如下三种形式：

三参数威布尔分布：

$$f(t) = 1 - \exp\left\{-\left(\frac{t-t_0}{\lambda}\right)^\kappa\right\} \quad (\lambda, t-t_0, \kappa) > 0 \quad (1-1)$$

式中 $f(t)$ 是实测试样在时刻 t 的累计失效率。 t_0 ：位置参数， κ ：形状参数， λ ：尺寸参数，是累计失效率达到 63.2% 需要的时间，它与形状参数 κ 无关。如果 $t_0 = 0$ ，它则变成两参数威布尔分布：

$$f(t) = 1 - \exp\left\{-\left(\frac{t}{\lambda}\right)^\kappa\right\} \quad (\lambda, t, \kappa) > 0 \quad (1-2)$$

进一步令 t 以 λ 为单位计数，则得到归一化单参数威布尔分布：

$$f(t) = 1 - \exp(-t^\kappa) \quad (t, \kappa) > 0 \quad (1-3)$$

威布尔失效率分布就是上述诸式对时间 t 的导函数。威布尔分布参数的各种估算方法已经被详细研究过了[6] [7]。现在广为应用的是极大似然法。

2. 两参数威布尔分布的拟合

2.1. 极大似然法

设已知一组失效寿命序列(时间或转数) t_1, t_2, \dots, t_n ，分别对应于累计失效率 $f(t_1), f(t_2), \dots, f(t_n)$ 。对

下述极大似然法公式(2)进行迭代计算可获得两参数威布尔分布的最佳参数 κ ，然后将所得参数 κ 代入式(3)算出尺寸参数 λ 。为保证结果可靠，本文计算进行到式(2)左边绝对值小于 10^{-5} 后停止[7]，

$$\frac{1}{\kappa} + \left[\left(\frac{1}{N} \right) \sum_{i=1}^N \ln(t_i) \right] - \left[\sum_{i=1}^N t_i^{\kappa} \ln(t_i) \right] / \left(\sum_{i=1}^N t_i^{\kappa} \right) = 0 \quad (2)$$

$$\lambda = \left[\left(\frac{1}{N} \right) \sum_{i=1}^N t_i^{\kappa} \right]^{1/\kappa} \quad (3)$$

由于威布尔分布只在 t 趋近无限大时才等于 100%，**为了方便**，本文设定满足 $f(t_f) = 99\%$ 的 t_f 为名义全失效寿命。极大似然法能够保证似然函数极大，但不能保证拟合威布尔曲线和试验寿命的分布形状也一致。因此有必要对试验寿命以及拟合分布曲线的斜度和峭度进行计算和比较。

2.2. 威布尔分布的斜度和峭度

已知形状参数为 κ 的威布尔分布具有斜度 skewness:

$$\gamma_1 = \left[\Gamma_3 - 3\Gamma_2\Gamma_1 + 2\Gamma_1^3 \right] / \left[\Gamma_2 - \Gamma_1^2 \right]^{3/2} \quad (4)$$

而过盈峭度 excess kurtosis (以下简称峭度)是[6]:

$$\gamma_2 = \left\{ \left(\Gamma_4 - 4\Gamma_3\Gamma_1 + 6\Gamma_2\Gamma_1^2 - 3\Gamma_1^4 \right) / \left(\Gamma_2 - \Gamma_1^2 \right)^2 \right\} - 3 \quad (5)$$

式中, $\Gamma_i = \Gamma(1+i/\kappa)$, 是 gamma 函数($i = 1, 2, 3, 4$)。统计量 γ_1 和 γ_2 都没有量纲。试样寿命数据的内禀斜度和峭度可由通用统计软件(例如 MS OFFICE EXCEL)计算。

2.3. 拟合威布尔形状参数 κ 的具体步骤

为了评价威布尔分布参数拟合的优劣, 本文建议采用如下拟合指数 η :

$$\eta = (\eta_1 + \eta_2) / 2 \quad (6)$$

式中 $\eta_1 = \kappa(\gamma_1) / \kappa$, $\eta_2 = \kappa(\gamma_2) / \kappa$ 并且 $\kappa(\gamma_1)$, $\kappa(\gamma_2)$ 分别是试验数组内禀斜度和峭度的形状参数, κ 是拟合的威布尔形状参数。显然, 当 η_1 和 η_2 皆为 1 或接近 1 时威布尔形状参数 κ 拟合结果最佳。两参数威布尔分布难以达到**最佳拟合**, **这样就需要**引入非零位置参数 t_0 (三参数威布尔分布)以及名义全失效寿命 t_f 以提高拟合度[5]。

具体步骤如下:

1) 先由小到大排列试样疲劳寿命值 t_i , 用极大似然法算出两参数威布尔分布的形状参数 κ , 与此同时根据试样数组的内禀斜度 γ_1 , 峭度 γ_2 计算它们对应的形状参数 $\kappa(\gamma_1)$, $\kappa(\gamma_2)$ 最后得到拟合指数 η 。如果 η 偏离期望值 1 较远, 则;

2) 令位置参数 t_0 为非零值, 调整 t_0 重复步骤 1, 逐步使 η 靠近 1;

3) 如果 η 仍然偏离 1 较远, 可调整 t_0 和名义全失效寿命 t_f 计算 η 直到它接近最佳值 1。这就是拟合的形状参数 κ 。

下面以赵永翔等人的 G20CrNi2Mo 轴承钢在四种定幅交变应力下 ($R = -1$) 的疲劳寿命数据[3]为例具体说明。

3. G20CrNi2Mo 轴承钢的 S-N 曲线

3.1. G20CrNi2Mo 轴承钢疲劳寿命的威布尔分布

赵永翔和梁红琴的疲劳寿命数据见表 1。

Table 1. Fatigue life of G20CrNi2Mo steel under four levels of cyclic stress
表 1. G20CrNi2Mo 轴承钢在四种交变应力下的疲劳寿命, 10^7 cycles

stress level	S1		S2		S3		S4	
	4900 Mpa		5500 Mpa		6100 Mpa		6700 Mpa	
Fatigue life, 10^7 cycles for origin and after t_o and t_f adjusting								
life id	origin	norm*	origin	norm*	origin	norm*	origin	norm*
t_1	2.25	0.0628	0.877	0.0645	0.588	0.0916	0.163	0.2114
t_2	3.88	0.1083	1.50	0.1104	0.943	0.1469	0.288	0.2342
t_3	6.42	0.1793	2.48	0.1825	1.460	0.2274	0.372	0.2495
t_4	14.1	0.3937	5.40	0.3974	2.90	0.4517	0.438	0.2615
t_4	17.0	0.4747	6.49	0.4776	3.41	0.5312	0.598	0.2906
t_6	17.0	0.4747	6.52	0.4798	3.42	0.5327	0.799	0.3271
t_7	18.5	0.5166	7.07	0.5202	3.67	0.5717	1.39	0.4346
t_8	21.0	0.5864	8.02	0.5901	4.10	0.6387	1.83	0.5146
t_9	36.1	1.0081	13.70	1.0081	6.57	1.0234	5.07	1.1037
t_{10}	41.6	1.1617	15.80	1.1626	7.42	1.1558	5.73	1.2237
t_{11}	42.1	1.1756	16.00	1.1773	7.51	1.1698	6.61	1.3837
t_{12}	48.6	1.3572	18.40	1.3539	8.50	1.3204	7.07	1.4673
t_{13}	82.9	2.3150	31.20	2.2958	13.50	2.1029	10.3	2.0546
t_{14}	139.0	4.0491	52.00	3.9735	21.10	3.1154	17.9	3.6364

*指经 t_o 和 t_f 修正得到最佳拟合指数 $\eta = (\eta_1 + \eta_2)/2$ 后归一化的无量纲寿命: $(t_i - t_o)/\lambda$ 。

1) 原始数据的拟合

根据表 1 四种应力水平的原始数据计算得到的统计量及拟合指数 η 见表 2。显然在前三种应力 S1, S2 和 S3 作用下的疲劳寿命数据都得到很好的拟合指数(与最佳拟合指数偏差在 5% 以内)。但是在最大交变应力 S4 的情况下, 得到的拟合指数 η 高出最佳值 52%。

$$\delta^2 = \sum_{i=1}^{14} [f(t_i) - f(t_{i,WEIB})]^2 / 14 \quad (7)$$

式中 $f(t_i)$ 是试验寿命 t_i 的累计失效率, $f(t_{i,WEIB})$ 是威布尔分布给出的累计失效率。于是, 在四种应力下的威布尔疲劳寿命累积失效率表达式分别是:

$$S1: f(t) = 1 - \exp\left\{-\left(t/35.57\right)^{1.0359}\right\} \quad t > 0, t = t_1, t_2, \dots, t_{14}$$

$$S2: f(t) = 1 - \exp\left\{-\left(t/13.51\right)^{1.0465}\right\} \quad t > 0, t = t_1, t_2, \dots, t_{14}$$

$$S3: f(t) = 1 - \exp\left\{-\left(t/6.475\right)^{1.1936}\right\} \quad t > 0, t = t_1, t_2, \dots, t_{14}$$

$$S4: f(t) = 1 - \exp\left\{-\left(t/3.5885\right)^{0.7731}\right\} \quad t > 0, t = t_1, t_2, \dots, t_{14}$$

本实验 $n = r = 14$, $k = 4$ 。这四组数据的 $\kappa_{\max}/\kappa_{\min} = 1.1936/0.7731 = 1.544$, 可借用 McCool 提出的判据[8]: $\kappa_{\max}/\kappa_{\min} = 1.87$ ($n = r = 15$, $k = 4$), 可认为四者失效机制相近。

2) 数据经过 t_o 和 t_f 修正后按斜度和峭度的拟合

四种交变应力作用下疲劳寿命经 t_o 和 t_f 修正后的最佳拟合指数 η 见表 3:

Table 2. Fitting four original datasets of fatigue life to two parameter Weibull distribution
表 2. 四组原始疲劳寿命拟合两参数威布尔分布的结果

stress	t_o	t_f	κ	λ	μ	σ	$\kappa(\gamma_1)$	$\kappa(\gamma_2)$	$\kappa(\gamma_1)/\kappa$	$\kappa(\gamma_2)/\kappa$	η	δ^2
S1	0	139.0	1.0359	35.57	35.03	37.00	1.0057	1.1012	0.9708	1.0630	1.0169	0.00420
S2	0	52.0	1.0465	13.51	13.25	13.84	1.0131	1.1081	0.9681	1.0589	1.0135	0.00417
S3	0	21.1	1.1936	6.475	6.076	5.5645	1.1002	1.1884	0.9218	0.9957	0.9587	0.00417
S4	0	17.9	0.7731	3.5885	4.183	5.1178	1.1257	1.2292	1.4563	1.5902	1.5233	0.00724

符号说明(下同): t_o, t_f : 疲劳失效开始时间和名义全失效时间, (10^7 转); κ, λ : 极大似然法拟合的威布尔形状参数(无量纲)和尺寸参数(10^7 转); $\kappa(\gamma_1), \kappa(\gamma_2)$: 分别为试样数据内禀斜度和内禀峭度对应的威布尔形状参数; μ 和 σ : 试样寿命数据的均值和标准差, (10^7 转); δ^2 : 拟合曲线相对于试样实验值的均方偏差(10^7 转)。

Table 3. After correction of γ_1 and γ_2 , fitting four datasets of fatigue life to three parameter Weibull distribution
表 3. 四组原始疲劳寿命经斜度和峭度修正后拟合三参数威布尔分布的结果

Stress	t_o	t_f	κ	λ	μ	σ	$\kappa(\gamma_1)$	$\kappa(\gamma_2)$	$\kappa(\gamma_1)/\kappa$	$\kappa(\gamma_2)/\kappa$	η	δ^2
S1	0	145	1.0227	35.81	36.46	39.31	0.9754	1.0675	0.9538	1.0438	0.9988	0.00428
S2	0	54	1.0345	13.59	13.39	14.27	0.9852	1.077	0.9523	1.0411	0.9969	0.00425
S3	0	20	1.2158	6.4197	5.9994	5.3393	1.1576	1.2561	0.9522	1.0332	0.9927	0.00406
S4	-1	19	1.1131	5.4999	5.2613	5.3479	1.0688	1.1596	0.9602	1.0418	1.0010	0.01014

对应三参数威布尔疲劳寿命累积失效率表达式分别是:

$$S1: f(t) = 1 - \exp\left\{\left(\frac{t-0}{35.81}\right)^{1.0227}\right\} \quad t > 0, t = t_1, t_2, \dots, t_{14}$$

$$S2: f(t) = 1 - \exp\left\{\left(\frac{t-0}{13.59}\right)^{1.0345}\right\} \quad t > 0, t = t_1, t_2, \dots, t_{14}$$

$$S3: f(t) = 1 - \exp\left\{\left(\frac{t-0}{6.4197}\right)^{1.2158}\right\} \quad t > 0, t = t_1, t_2, \dots, t_{14}$$

$$S4: f(t) = 1 - \exp\left\{\left(\frac{t+1}{5.4999}\right)^{1.1131}\right\} \quad t > -1, t = t_1, t_2, \dots, t_{14}$$

虽然 Mc Cool 提出的判据只适用两参数威布尔分布, 这四组三参数威布尔分布的 $\kappa_{\max}/\kappa_{\min} = 1.1258/1.0227 = 1.189$ 比 1.87 小多了, 应视为失效机制很接近。

请注意, 经 t_o 和 t_f 修正的上述三参数威布尔归一化寿命数据 $(t-t_o)/\lambda$ 已列入表 1。把这 56 个数据融合成一组, 用极大似然法重新计算拟合指数, 得到如下结果, 见表 4。

不难看出, 融合后数据组的威布尔分布形状参数 $\kappa = 1.08799$ 很接近四组 κ 平均值 1.09665, 尺寸参数 $\lambda = 1.000673$ 也很令人满意。拟合指数 $\eta(\gamma_1, \gamma_2) = 1.0523$ 也表明归一化数据融合是成功的。

3.2. S-N 曲线

假设对数应力振幅 $\lg(S_i)$ 和对数威布尔尺寸参数 $\lg(\lambda_i)$ 存在线性关系:

$$\lg(\lambda_i) = b - m \lg(S_i) \quad i = 1, 2, 3, 4 \tag{8}$$

式中 $\lg(\cdot)$ 是常用对数, 参数 b 和 m 可依据最小二乘法解出。

1) 原始数据的 S-N 曲线

根据表 2 数据可得到 4 个应力水平下的常用对数 $\lg(\lambda_i)$ 和 $\lg(S_i)$, 并绘成图 1。显然, 在双对数坐标图上它们存在良好的直线关系。根据最小二乘法, 可以得到如下表达式。

Table 4. After correction of γ_1 and γ_2 , fitting normalized four datasets of fatigue life to two parameter Weibull distribution

表 4. 疲劳寿命经斜度和峭度修正后归一化融合的两参数威布尔分布

sample size	κ	λ	μ	σ	γ_1	γ_2	$\kappa(\gamma_1)/\kappa$	$\kappa(\gamma_2)/\kappa$	η
56	1.08799	1.000673	0.9666	0.95853	1.80228	3.09184	0.9862	1.1184	1.0523

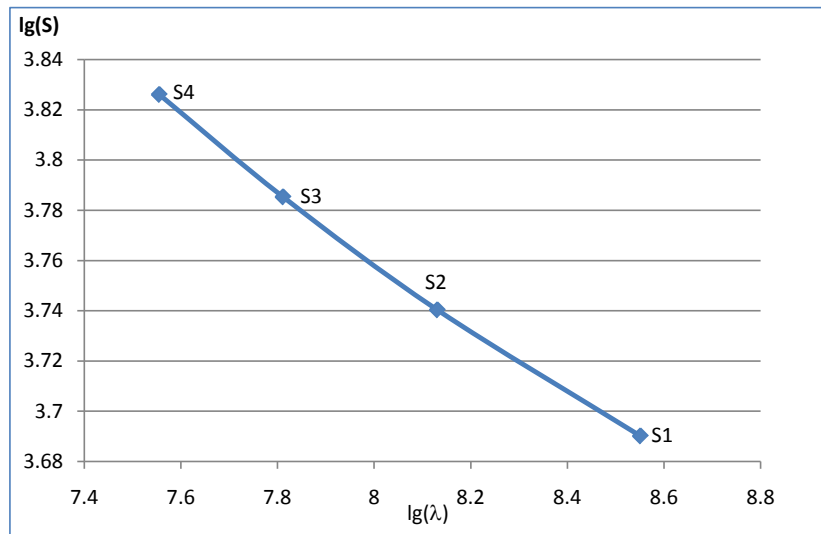


Figure 1. The S-N curve from Weibull distribution of fatigue life data before correction of skewness and kurtosis

图 1. 未经斜度和峭度拟合数据的 S-N 曲线

$$\lg(\lambda) = 35.579 - 7.330661 * \lg(S) \quad (9)$$

这与赵永翔等人的结果：指数前因子 $b = 35.697$ 及斜率 -7.592 相当接近。

2) 按斜度和峭度拟合的 S-N 曲线

同理，根据表 3 数据算出 4 个应力水平下的常用对数 $\lg(\lambda_i)$ 和 $\lg(S_i)$ ，可绘制图 2。最小二乘法给出这条曲线的表达式是：

$$\lg(\lambda) = 31.2981 - 6.179865 * \lg(S) \quad (10)$$

值得注意的是，图 2 曲线很可能由斜率不同的两线段：1) S1-S3，2) S3-S4 组成。大约在 $\lg(\lambda_i) = 7.8$ 处转折后趋向平缓，进入高周疲劳极限区，但仍未进入无限疲劳寿命区。这种形状的 S-N 曲线并不少见。如果只拟合线段 S1-S3，可得到斜率 -4.629319 ，而线段 S3-S4 的斜率为 -8.387685 。由于缺少更多中周和超高周疲劳数据，此 S-N 曲线是否还有其他转折并不清楚。由于本文只研究 S-N 曲线的唯象表述，不探讨疲劳失效的微观机理以及超高周疲劳 S-N 曲线形状分类，对此有兴趣的读者请参考有关文献[1] [4] [9] [10]。

下面就以经过斜度和峭度拟合的数据组说明 S-N 曲线的标准差和 L10, L63 和 L90 的计算。

3.3. 标准差

若已知形状参数 κ 和尺寸参数 λ ，威布尔分布标准差 σ 的期望值是：

$$\sigma = \lambda \left[\Gamma(1 + 2/\kappa) - \Gamma^2(1 + 1/\kappa) \right]^{1/2} \quad (11)$$

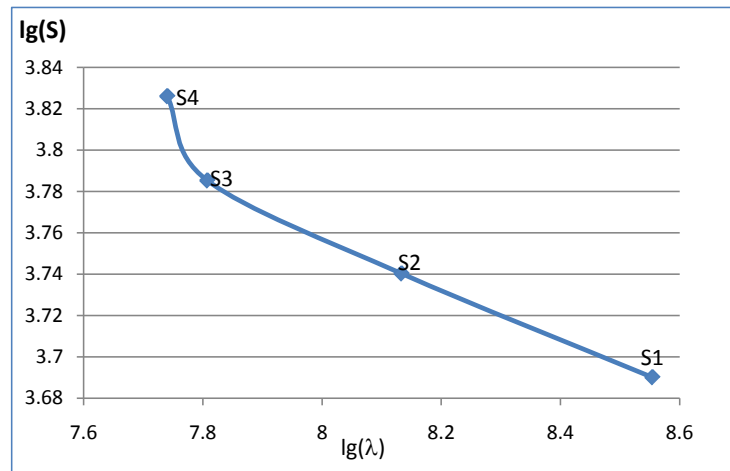


Figure 2. The S-N curve from Weibull distribution of fatigue life data after correction of skewness and kurtosis

图 2. 经过斜度和峭度拟合数据的 S-N 曲线

于是也可以把它和试样数据的内禀标准差进行比较, 见表 5。显然随应力增大尺寸参数 λ 变小导致标准差减小, 这是合理的。此外, 实验数据的标准差都略大于威布尔的期望值, 也可以接受。

3.4. L10, L63 和 L90 的计算

形状参数 κ 在常用范围 0.5~5.0 内的威布尔累计失效率 L10, L63 和 L90 (10%, 63.2% 和 90%) 的数值 (以尺寸参数 λ 为单位) 见图 3。当 $\kappa=0.5$, L90 与 L10 之间距离超过 5λ , 但随着 κ 值增加, 距离逐步减少到 λ 。因此, 只有同时计入 κ 和 λ 的影响, 计算才可靠。本文 κ 值变化范围不大: 1.02~1.22, 按此法计算结果见下表 6。

不难看出, 影响 L10, L63 和 L90 的主要因素可归咎于尺寸参数 λ 随应力的单调变化。

4. 结果和讨论

本文用新算法对 G20CrNi2Mo 轴承钢疲劳寿命的威布尔分布及 S-N 曲线拟合有如下结论:

1) 通过调整位置参数 t_0 以及名义全失效时间 t_f , G20CrNi2Mo 轴承钢在四组定幅交变应力下的疲劳寿命都服从三参数威布尔分布, 它们的拟合指数 η 都很接近 1, 因此得到的形状参数 κ , 尺寸参数和位置参数 t_0 都是比较合理的。由于样本寿命在威布尔拟合中采用了三次矩和四次矩, 它比现有的拟合方法对样本寿命的随机性要求更严格。不仅保证这两者之间具有最小均方偏差, 而且分布密度曲线的不对称性和峰型也比较一致。赵永翔等人的原始数据已经接近要求, 只需对 t_0 和 t_f 作不大的调整就取得令人满意的拟合指数 η 。相信其他研究者只要严格控制试样的制作以及试验参数, 也能做到。实际上调整 t_0 和 t_f 上只是把寿命数据组内禀的正确统计量 κ 和 λ 揭示出来。如果经过多次调整 t_0 和 t_f 还达不到良好的拟合指数 η , 那可能是样本数量不足, 存在系统误差或者疲劳数据服从其他分布所致。

2) 经过调整位置参数 t_0 和名义全失效时间 t_f , 四种应力幅值的威布尔寿命形状参数 κ 的分散度比未经调整的小得多。可以参考 McCool 提出的判据。当然 $\kappa_{\max}/\kappa_{\min}$ 越接近 1 越好。在各拟合指数 η 接近 1 的场合下, 用威布尔参数可以得到可靠的 S-N 曲线, 及其标准差和各种累计失效率, 供可靠性工程参考。

3) 本文通过取得在不同应力幅值下寿命数据组的尺寸参数 λ , 能够对应力的影响做出唯象的定量推断。同样也可根据不同环境条件 (诸如温度, 湿度, 酸碱度等等) 下尺寸参数 λ 的变化, 对它们的影响做定量研究。因此本方法有可能在实验数据基础上为工程应用建立 S-N 曲线数据库。

Table 5. The standard deviation of S-N curve from Weibull distribution and that of fatigue data after correction of skewness and kurtosis

表 5. 经斜度和峭度拟合的 S-N 曲线的标准差

Stress id	stdev (Weibull)	stdev (DATA)	stdev ratioDATA/Weibull
S1	34.696	39.31	1.133
S2	12.96	14.27	1.101
S3	4.9708	5.3393	1.074
S4	4.756	5.3479	1.124

Table 6. The L10, L63 and L90 of S-N curve from Weibull distribution after correction of skewness and kurtosis

表 6. 经斜度和峭度拟合 S-N 曲线的 L10, L63 和 L90 in 10^7 cycles

κ	L10	L63	L90	stress id
1.0227	3.9677	35.81	81.0058	S1
1.0345	1.5438	13.59	30.3859	S2
1.2158	0.9739	6.4197	12.7463	S3
1.1131	0.7287	5.4999	11.6356	S4

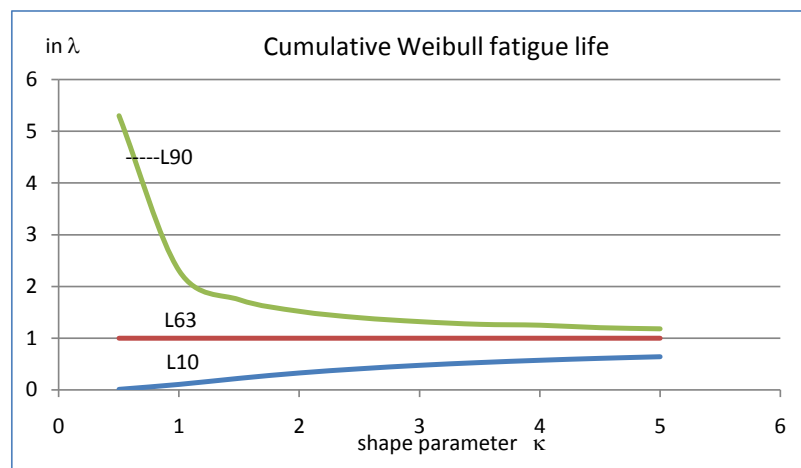


Figure 3. The L10, L63 and L90 of S-N curve from Weibull distribution

图 3. 威布尔分布 S-N 曲线的 L10, L63 和 L90 in λ

4) 本文结论只适用于所述应力区间内极大值与极小值比 R 为-1 的场合。其他场合，例如定幅应变，随机载荷，温度变化，以及腐蚀环境等等须另行研究。至于疲劳裂纹的萌生及扩展的微观机制研究，都不在本文范围，有兴趣的读者可参阅文献[1]及[9] [10] [11]。

参考文献 (References)

- [1] Ellyin, F. (1997) Fatigue Damage, Crack Growth and Life Prediction. Chapman & Hall, New York.
- [2] ASTM E739-9.1 (1998) Standard Practice for Statistical Analysis of Linear or Linearized Stress-Life (S-N) and Strain-Life (-N) Fatigue Data.
- [3] 赵永翔, 梁红琴. 基于两参数 WEIBULL 分布的概率疲劳 S-N 曲线模型[J]. 机械工程学报, 2015, 51(20): 208-212.
- [4] Fernandez-Canteli, C.A. (2009) A Unified Statistical Methodology for modeling Fatigue Damage. Springer, Dodrecht.
- [5] 王桂金. 钢中相变动力学的威布尔/Avrami 唯象表述[J]. 物理测试, 2016, 34(2): 8-11.

- [6] Rhinne, H. (2009) *The Weibull Distribution: A Handbook*. CRC Press, New York.
- [7] 王桂金. Weibull 随机寿命的统计量[J]. 轴承, 2012(3): 38-42.
- [8] McCool, J.J. (1982) Analysis of Sets of Two-Parameter Weibull Data Arising in Rolling Contact Endurance Testing. In: Hoo, J.C., Ed., *Rolling Contact Fatigue Testing of Bearing Steels*, ASTM STP 771, American Society of Testing and Materials, 293-319. <https://doi.org/10.1520/STP36146S>
- [9] 洪友士, 赵爱国, 钱桂安. 合金材料超高周疲劳行为的基本特征和影响因数[J]. 金属学报, 2009, 45(7): 769-780.
- [10] 张哲峰, 张鹏, 田艳中, 张青科, 屈伸, 周鹤飞, 段启强, 李守新, 王中光. 金属材料疲劳损伤的界面效应[J]. 金属学报, 2009, 45(7): 788-800.
- [11] Spindel, J.E. and Haibach (1981) Some Considerations in the Statistical Determination of the Shape of S-N Curves. In: Little, R.E. and Ekvall, J.C., Eds., *Statistical Analysis of Fatigue Data*, ASTM STP 744, ASTM, 89-113.

期刊投稿者将享受如下服务:

1. 投稿前咨询服务 (QQ、微信、邮箱皆可)
2. 为您匹配最合适的期刊
3. 24 小时以内解答您的所有疑问
4. 友好的在线投稿界面
5. 专业的同行评审
6. 知网检索
7. 全网络覆盖式推广您的研究

投稿请点击: <http://www.hanspub.org/Submission.aspx>

期刊邮箱: sa@hanspub.org