

# Multi-Objective Optimal Reactive Power Dispatch with Considering Load Uncertainty

Ruey-Hsun Liang, Jia-Ching Wang

Department of Electrical Engineering, National Yunlin University of Science & Technology, Yunlin  
Email: liangrh@yuntech.edu.tw, m10112203@yuntech.edu.tw

Received: Aug. 15<sup>th</sup>, 2013; revised: Aug. 28<sup>th</sup>, 2013; accepted: Sep. 10<sup>th</sup>, 2013

Copyright © 2013 Rueyhsun Liang, Jiaching Wang. This is an open access article distributed under the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

**Abstract:** In traditional optimal reactive power dispatch problem, the optimal solution is found under the condition that the load demands are assumed to be known and fixed, but the practical load demands have uncertainty. This paper investigates the multi-objective optimal reactive power dispatch with considering load uncertainty to make the dispatch results more suitable for real situation. In this paper, an enhanced firefly algorithm is presented to solve the problem. Enhanced firefly algorithm is based on firefly algorithm that the update formula and parameters are modified and the mutation strategy is utilized to enhance the capabilities of exploring and searching. So the proposed algorithm can converge fast and the solution can avoid trapping in local minimum. Furthermore, in order to deal with the multi-objective problem and the ambiguous linguistic expression such as “as little as possible”, the fuzzy theory is employed to establish the fuzzy membership functions. To demonstrate the effectiveness of the proposed method for solving multi-objective optimal reactive power dispatch with considering load uncertainty problem, the IEEE 57-Bus system has been applied to the reactive power dispatching and the results of the proposed method are compared with those of other algorithms. The results show that the proposed method can get better solution.

**Keywords:** Capacitor; Enhanced Firefly Algorithm; Fuzzy Theory; Load Uncertainty; Reactive Power Dispatch

## 有考虑负载不确定性的多目标最佳虚功率调度

梁瑞勋, 王嘉庆

国立云林科技大学电机工程系, 云林  
Email: liangrh@yuntech.edu.tw, m10112203@yuntech.edu.tw

收稿日期: 2013年8月15日; 修回日期: 2013年8月28日; 录用日期: 2013年9月10日

**摘要:** 由于传统的最佳虚功率调度都是将负载需求假设为已知的固定值, 以求得负载在确定状态下的最佳解, 但实际的负载需求含有不确定性。为了使调度结果更适用于实际情形, 本文探讨考虑负载不确定性的多目标最佳虚功率调度问题。此外, 本文提出以增强型萤火虫演算法(Enhanced Firefly Algorithm, EFA)应用于此问题, 增强型萤火虫演算法是将原萤火虫演算法的更新式作改良且修改参数并加入突变机制, 以增强演算法的开采与搜索能力, 并加快收敛速度且不易陷入局部解。另外, 本文使用模糊理论建立模糊归属函数, 以解决多目标不同性质及目标函数“越小越好”这种不明确语意的问题。为了验证本文所使用的方法对于考虑负载不确定性的多目标最佳虚功率调度问题的有效性, 本文使用 IEEE57-Bus 系统作为测试系统, 并与其它演算法作比较。实验结果证实本文所提出的方法确实可以获得较好的结果。

**关键词:** 电容器; 增强型萤火虫演算法; 模糊理论; 负载不确定性; 虚功率调度

## 1. 引言

电力系统的虚功率调度是在最佳电力潮流中相当重要的一个问题，其调整控制变数如发电机电压、变压器有载分接头位置及电容器或电感器注入的虚功率等。优化虚功率调度会密切影响到系统的供电电压以及传输线损失，若能有效的调度系统中的虚功率，将会改善系统的供电电压及减少传输线损失，如此将会提高系统的供电品质以及降低发电成本。

过去有许多文献依据不同的优化方式求解最佳虚功率调度的相关问题，如内点演算法<sup>[1]</sup>、牛顿法<sup>[2]</sup>、线性规划法<sup>[3]</sup>及二次规划法<sup>[4]</sup>。但最佳虚功率调度是非线性的问题，然而这些方法在处理非线性、不连续函数及约束条件时，受到严重的限制。近几年有许多文献使用人工智慧的方法作关于最佳虚功率调度问题<sup>[5-11]</sup>。文献[5]将进化规划法结合非线性内点技术作最佳虚功率调度问题，以增加在突变后状态变数保持在限制范围内的可能性。文献[6]中以粒子群优法结合多智慧系统，利用多代理人互相作用及演化机制解决虚功率调度问题。文献[7]以灾变基因演算法作最佳虚功率调度，并将负载随时间变化纳入问题中，其目标函数为最小化当时段的总实功率损失及调整控制装置的成本。文献[8]中以搜寻者优化演算法作最佳虚功率调度，演算法基于模拟人的行为搜索，并引用简单的模糊规则于人行走的步长的不确定性推理。文献[9]以非支配排序遗传演算法作多目标最佳虚功率调度问题，并考虑系统运行期间负载扰动情形。文献[10]中为了增强混合蛙跳演算法的局部搜索能力，演算法中加入内尔德 - 米德(Nelder-Mead)演算法作最佳虚功率调度问题。文献[11]提出以引力搜寻法作最佳虚功率调度问题。上述方法求解最佳虚功率调度问题，有不错的成果展现，而实际的负载需求含有不确定性存在<sup>[12]</sup>，所以本文将负载不确定性考虑其中，进一步作虚功率调度，使其调度结果更适用于实际情形。

本文应用增强型萤火虫演算法作考虑负载不确定性的多目标最佳虚功率调度问题，其目的是为了在负载含有不确定性的情况下快速搜寻到最佳解，此最佳解在负载不确定的情况下能得到较低的实功率损失及负载汇流排之电压偏移量。

为了验证增强型萤火虫演算法的有效性，本文以IEEE 57-Bus 系统作测试，证实增强型萤火虫演算法

对于考虑负载不确定性的多目标最佳虚功率调度问题确实能找到较佳的解。

## 2. 问题描述

电力系统中的虚功率调度问题，主要的目标是在满足系统的限制条件下，降低系统的传输线损失并提供足够的虚功率，以维持各汇流排电压的稳定。电力系统中，在主变压器上装设有载分接头，藉由控制变压器有载分接头的位置，使汇流排电压可以在期望值附近，并在特定汇流排上装设电容器作虚功率补偿，且控制发电机的电压以降低损失。本文是考虑负载有不确定性的情况下，藉由调整发电机的电压、变压器有载分接头位置及电容器注入的虚功率以达到传输线总实功率损失及总电压偏移量越小越好的目的。

多目标虚功率调度问题的目标函数以及限制条件将以数学模式来描述，其数学式表示如下：

$$\min [f_1(x), f_2(x) \cdots f_{obj}(x)] \quad (1)$$

$$\text{s.t. } g(u, x) = 0 \quad (2)$$

$$h(u, x) \leq 0 \quad (3)$$

其中  $f_1, f_2, \dots, f_{obj}$  为不同目标的函数。 $u$  和  $x$  分别为控制变数和状态变数表示如下：

$$u = [V_{G_1} \cdots V_{G_{NG}}, Q_{C_1} \cdots Q_{C_{NC}}, T_1 \cdots T_{NT}] \quad (4)$$

$$x = [V_1 \cdots V_{NV}, Q_{G_1} \cdots Q_{G_{NG}}, S_1 \cdots S_{NL}] \quad (5)$$

其中

$V_{G_i}$  : 发电机  $i$  的电压。

$Q_{C_i}$  : 电容器  $i$  注入的虚功率。

$T_i$  : 变压器  $i$  的有载分接头位置。

$V_i$  : 汇流排  $i$  的电压。

$Q_{G_i}$  : 发电机  $i$  的虚功率输出。

$S_i$  : 传输线  $i$  的潮流量。

$NG$  : 发电机组的总数。 $NC$  : 电容器的总数。

$NT$  : 装设有载分接头之变压器的总数。

$NV$  : 除了参考汇流排与电压控制汇流排以外的汇流排的集合。

$NL$  : 传输线的总数。

### 2.1. 目标函数

本文的目标函数包括有传输线实功率损失和电

压偏移量，其数学式分别表示如下：

$$f_1 = \sum_{i=1, j \in i}^{NB} G_{ij} [V_i^2 + V_j^2 - 2V_i V_j \cos(\delta_i - \delta_j)] \quad (6)$$

$$f_2 = \sum_{i \in NV} |V_i - 1| \quad (7)$$

其中

$f_1$ ：传输线总实功率损失。

$f_2$ ：除了参考汇流排与电压控制汇流排以外的汇流排的总电压偏移量。

$G_{ij}$ ：汇流排  $i$  与汇流排  $j$  之间的电导。

$\delta_i$ ：汇流排  $i$  的相角。

$NB$ ：所有汇流排的总数。

## 2.2. 限制条件

本文的限制条件包括电力潮流方程式、发电机组输出虚功率的限制、电容器注入虚功率的限制、变压器有载分接头位置的限制、汇流排电压的限制和传输线潮流量的限制，其数学式分别表示如下：

$$P_{G_i} - P_{D_i} - V_i \sum_{j=1}^{NB} V_j (G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij}) = 0 \quad (8)$$

$$Q_{G_i} - Q_{D_i} - V_i \sum_{j=1}^{NB} V_j (G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij}) = 0 \quad (9)$$

$$Q_{G_i, \min} \leq Q_{G_i} \leq Q_{G_i, \max}, \quad i \in NG \quad (10)$$

$$Q_{C_i, \min} \leq Q_{C_i} \leq Q_{C_i, \max}, \quad i \in NC \quad (11)$$

$$T_{i, \min} \leq T_i \leq T_{i, \max}, \quad i \in NT \quad (12)$$

$$V_{i, \min} \leq V_i \leq V_{i, \max}, \quad i \in NB \quad (13)$$

$$|S_i| \leq S_{i, \max}, \quad i \in NL \quad (14)$$

其中

$P_{G_i}$ ：发电机  $i$  的实功率输出。

$P_{D_i}$ ：汇流排  $i$  的实功率负载需求。

$Q_{D_i}$ ：汇流排  $i$  的虚功率负载需求。

$B_{ij}$ ：汇流排  $i$  与汇流排  $j$  之间的电纳。

$\delta_{ij}$ ：汇流排  $i$  与汇流排  $j$  的相角差。

$Q_{G_i, \min}$ ：发电机  $i$  的虚功率输出下限。

$Q_{G_i, \max}$ ：发电机  $i$  的虚功率输出上限。

$Q_{C_i, \min}$ ：电容器  $i$  注入的虚功率下限。

$Q_{C_i, \max}$ ：电容器  $i$  注入的虚功率上限。

$T_{i, \min}$ ：变压器  $i$  的有载分接头位置下限。

$T_{i, \max}$ ：变压器  $i$  的有载分接头位置上限。

$V_{i, \min}$ ：汇流排  $i$  的电压下限。

$V_{i, \max}$ ：汇流排  $i$  的电压上限。

$S_{i, \max}$ ：传输线  $i$  的潮流量上限。

## 2.3. 负载需求量不确定模型

由于传统的最佳虚功率调度都是将(8)式及(9)式的实功率负载需求  $P_D$  及虚功率负载需求  $Q_D$  假设为已知的定值，以求得负载在确定状态下的最佳解。但实际的负载需求含有不确定性，为了使调度结果更适用于实际情形，本文考虑负载不确定性。其方式是将已知的负载资料设为平均值并给定标准差，本文的标准差设为平均值的 10%，负载需求量的机率分布是依据常态分布(normal distribution)以建立其负载机率分布模型，利用此负载机率分布模型来产生随机负载，表示如下<sup>[12]</sup>：

$$P_D \sim N(\mu_D^P, \sigma_D^P) \quad (15)$$

$$Q_D \sim N(\mu_D^Q, \sigma_D^Q) \quad (16)$$

其中

$\sim N(\ )$ ：表示常态分布。

$P_D$ ：实功率负载需求的随机值。

$Q_D$ ：虚功率负载需求的随机值。

$\mu_D^P$ ：实功率负载需求的平均值。

$\mu_D^Q$ ：虚功率负载需求的平均值。

$\sigma_D^P$ ：实功率负载需求的标准差。

$\sigma_D^Q$ ：虚功率负载需求的标准差。

## 3. 增强型萤火虫演算法

萤火虫演算法<sup>[13]</sup>是建构于萤火虫的发光特性及趋光性，透过发光传递讯息，并作为吸引异性交配的工具。文献[14]提出的自适应改良型萤火虫演算法是将原演算法的参数作修改并加入突变机制，以改良演算法的开采与搜索能力，且有助于演算法跳脱出局部解。本文提出增强型萤火虫演算法是将自适应改良型萤火虫演算法的更新式作改良，以加快收敛速度。

### 3.1. 萤火虫演算法

使用萤火虫演算法<sup>[13]</sup>首先要遵守三个特定的规则：

1) 每只萤火虫不分性别,而且会受任意一只亮度较亮的萤火虫吸引,亮度最亮的萤火虫则会随机移动。

2) 由于空气会吸收光源的亮度,所以任两只萤火虫的吸引力与彼此之间的距离成反比。

3) 萤火虫的亮度与能量函数相关,当求能量函数最小值时,亮度与能量函数值成反比,反之求能量函数最大值时则成正比。

本文探讨最小化问题,所以越小的能量函数值转换为越亮的亮度,其转换式表示如下:

$$L_i = \frac{1}{E_i}, \quad i = 1, 2, \dots, NF \quad (17)$$

其中

$L_i$ : 萤火虫  $i$  的亮度。

$E_i$ : 萤火虫  $i$  的能量函数值。

$NF$ : 萤火虫的总数。

任两只萤火虫之间的距离,以欧几里得距离(Euclidean distance)表示,计算式如下:

$$r_{ij} = \sqrt{\sum_{k=1}^M (u_i^k - u_j^k)^2} \quad (18)$$

其中  $r_{ij}$ : 萤火虫  $i$  与萤火虫  $j$  的距离,  $u_i^k$ : 萤火虫  $i$  的第  $k$  个控制变数,  $M$ : 控制变数的总数。

光的强度与距离平方成反比,且空气会吸收光源的亮度,因此萤火虫看到对方的亮度会随着距离增加而减少,因此比较彼此的亮度时,采用相对亮度做比较,其相对亮度表示如下:

$$L_{ij} = L_j e^{-\eta r_{ij}^2} \quad (19)$$

其中

$L_{ij}$ : 萤火虫  $i$  看到萤火虫  $j$  的相对亮度。

$\eta$ : 空气对光的吸收系数,为正的常数。

当萤火虫看到相对亮度比自身亮度还要高的萤火虫时会受到其光所吸引,其吸引力表示如下:

$$\beta_{ij} = \beta L_{ij}, j \in H_i \quad (20)$$

其中

$\beta_{ij}$ : 萤火虫  $i$  受到萤火虫  $j$  的吸引力。

$\beta$ : 群聚系数,为正的常数。

$H_i$ : 萤火虫  $i$  看到相对亮度比自身亮度还要高的萤火虫的集合。

萤火虫移动方向根据每只相对亮度比自身亮度还要高的萤火虫所发出的吸引力作移动,移动方式表示如下:

$$u_i^k = u_i^k + \left( \sum_{j \in H_i} \beta_{ij} (u_j^k - u_i^k) \right) + \alpha (u_{\max}^k - u_{\min}^k) (\text{rand} - 0.5) \\ i = 1, 2, \dots, NF; \quad k = 1, 2, \dots, M \quad (21)$$

其中

$\alpha$ : 介于 0 到 1 之间的随机值。

rand: 介于 0 到 1 之间的随机值。

$u_{\min}^k$ : 控制变数  $k$  的下限。

$u_{\max}^k$ : 控制变数  $k$  的上限。

### 3.2. 突变机制

为了使演算法不易陷入局部解,将原演算法加入突变机制<sup>[14]</sup>,且每只萤火虫都会进行突变机制。突变过程为,每次随机选出四只与要进行突变的第  $i$  只萤火虫不同的萤火虫  $q_1$ 、 $q_2$ 、 $q_3$  和  $q_4$ ,突变式表示如下:

$$u_{m_i}^k = u_{q_1}^k + \text{rand}_1 (1 - \text{rand}_2) (u_{q_2}^k - u_{q_3}^k) \\ + \text{rand}_3 (1 - \text{rand}_4) (u_{q_4}^k - u_{q_1}^k) \quad (22)$$

其中

$m_i$ : 第  $i$  只萤火虫对应的突变萤火虫。

$u_{m_i}^k$ : 突变的萤火虫  $m_i$  的第  $k$  个控制变数。

$u_{\text{best}}^k$ : 能量函数值最低的萤火虫的第  $k$  个控制变数。

$\text{rand}_j$ : 介于 0 到 1 之间的随机值,  $j = 1, 2, 3, 4$ ,

$q_1 \neq q_2 \neq q_3 \neq q_4 \neq i$ 。

再将突变的萤火虫  $m_i$  的能量函数值与要进行突变的第  $i$  只萤火虫的能量函数值作比较,若萤火虫  $m_i$  的能量函数值比第  $i$  只萤火虫的能量函数值低,则萤火虫  $m_i$  取代第  $i$  只萤火虫,反之则保留第  $i$  只萤火虫,表示如下:

$$u_i = \begin{cases} u_{m_i} & \text{if } E_{m_i} < E_i \\ u_i & \text{otherwise} \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, NF \quad (23)$$

### 3.3. 参数修改

为了使演算法在前期有较强的开采能力与后期有较强的搜索能力,将原演算法中设定为固定的参数

作修改<sup>[14]</sup>，其参数修改表示如下：

1) 将(19)式中的 $\eta$ 加入控制变数中随迭代更新，并增加一项限制式，将(4)式的控制变数组更改为：

$$u = [V_{G_1} \cdots V_{G_{NG}}, Q_{C_1} \cdots Q_{C_{NC}}, T_1 \cdots T_{NT}, \eta] \quad (24)$$

$$\eta_{\min} \leq \eta \leq \eta_{\max} \quad (25)$$

此作法的用意为空气对光的吸收系数会随着萤火虫的位置作改变，邻近的萤火虫其空气对光的吸收系数也较相近。

1) 将(20)式修改为：

$$\beta_{ij} = (\beta_{\max} - \beta_{\min})L_{ij} + \beta_{\min} \quad (26)$$

2) 将(21)式中的 $\alpha$ 修改为：

$$\alpha^{Iter+1} = \alpha^{Iter} \left( \frac{1}{2Iter_{\max}} \right)^{\frac{1}{Iter_{\max}}} \quad (27)$$

其中

$\eta_{\min}$ ：空气对光的吸收系数下限。

$\eta_{\max}$ ：空气对光的吸收系数上限。

$\beta_{\min}$ ：群聚系数下限。

$\beta_{\max}$ ：群聚系数上限。

$Iter$ ：迭代次数。

$Iter_{\max}$ ：迭代次数上限。

### 3.4. 改良更新式

为了加快演算法收敛速度，将原演算法中的更新式(21)式作修改，即是萤火虫演算法更新式加入能量函数值最低的萤火虫与移动参数<sup>[15]</sup>，使其它解往最佳解靠近，其改良后的更新式表示如下：

$$u_i^k = u_i^k + c_1 \left( \sum_{j \in H_i} \beta_{ij} (u_j^k - u_i^k) \right) + c_2 (u_{\text{best}}^k - u_i^k) + \alpha^{Iter} (u_{\max}^k - u_{\min}^k) (\text{rand} - 0.5) \quad (28)$$

其中 $c_i$ ：移动参数，为正的常数， $i=1,2$ 。

## 4. 以增强型萤火虫演算法作考虑负载不确定性的多目标最佳虚功率调度

### 4.1. 能量函数建立

本文的目标是考虑负载有不确定性的情况下，藉由调整发电机的电压、变压器有载分接头位置及电容

器注入的虚功率，以达到传输线总实功率损失及总电压偏移量越小越好。处理“越小越好”这种不明确语义的问题，本文使用模糊理论<sup>[16]</sup>建立模糊归属函数，将目标函数值“越小越好”换成明确的数值型态。而且由于传输线损失与电压偏移量的性质不同，因此在求解多目标问题时可透过模糊归属函数，将不同性质的目标函数值转换为相同性质的归属度做计算。其模糊归属函数模型描述如下：

$$\mu_{\text{Ploss}} = 1 - e^{-w_1 f_1} \quad (29)$$

$$\mu_{VD} = 1 - e^{-w_2 f_2} \quad (30)$$

其中

$\mu_{\text{Ploss}}$ ：传输线总实功率损失的归属函数。

$\mu_{VD}$ ：除了参考汇流排与电压控制汇流排以外的汇流排的总电压偏移量的归属函数。

$w_i$ ：权重系数，为正的常数， $i=1,2$ 。

由于本文考虑负载不确定性因素，利用本文 2.3 节建立的不确定性负载模型产生多组随机样本。因此，一组解对应多组负载随机样本，其修改后的目标函数表示如下：

$$f = w_3 \mu_{\text{Ploss,mean}} + w_4 \mu_{\text{Ploss,std}} + w_5 \mu_{VD,mean} + w_6 \mu_{VD,std} \quad (31)$$

$$\mu_{\text{Ploss,mean}} = \frac{1}{NS} \sum_{i=1}^{NS} \mu_{\text{Ploss}}^i \quad (32)$$

$$\mu_{VD,mean} = \frac{1}{NS} \sum_{i=1}^{NS} \mu_{VD}^i \quad (33)$$

$$\mu_{\text{Ploss,std}} = \sqrt{\frac{1}{NS} \sum_{i=1}^{NS} (\mu_{\text{Ploss}}^i - \mu_{\text{Ploss,mean}})^2} \quad (34)$$

$$\mu_{VD,std} = \sqrt{\frac{1}{NS} \sum_{i=1}^{NS} (\mu_{VD}^i - \mu_{VD,mean})^2} \quad (35)$$

其中

$f$ ：修改后的目标函数。

$NS$ ：负载随机样本数量。

$\mu_{\text{Ploss,mean}}$ ： $NS$ 组样本的传输线总实功率损失的归属度的平均值。

$\mu_{VD,mean}$ ： $NS$ 组样本的除了参考汇流排与电压控制汇流排以外的汇流排的总电压偏移量的归属度的平均值。

$\mu_{\text{Ploss,std}}$ ： $NS$ 组样本的传输线总实功率损失的归

属度的标准差。

$\mu_{VD, \text{std}}$ :  $NS$  组样本的除了参考汇流排与电压控制汇流排以外的汇流排的总电压偏移量的归属度的标准差。

$\mu_{\text{Ploss}}^i$ : 第  $i$  组样本的传输线总实功率损失的归属度。

$\mu_{VD}^i$ : 第  $i$  组样本的除了参考汇流排与电压控制汇流排以外的汇流排的总电压偏移量的归属度。

$w_i$ : 权重系数, 为正的常数,  $i = 3, 4, 5, 6$ 。

能量函数是由目标函数加入各限制式的惩罚函数所构成, 若状态变数违反限制条件, 就给予惩罚函数项, 因此违反限制条件的解, 其能量函数值就会较大, 也表示此解较差, 其能量函数表示如下:

$$E = f + \lambda_v \sum_{i \in NV} (V_i - V_{i, \text{lim}})^2 + \lambda_Q \sum_{i=1}^{NG} (Q_{G_i} - Q_{G_i, \text{lim}})^2 + \lambda_S \sum_{i=1}^{NL} (|S_i| - S_{i, \text{lim}})^2 \quad (36)$$

其中

$E$ : 能量函数。

$\lambda_v$ : 惩罚因数, 为正的常数。

$\lambda_Q$ : 惩罚因数, 为正的常数。

$\lambda_S$ : 惩罚因数, 为正的常数。

$$V_{i, \text{lim}} = \begin{cases} V_{i, \text{min}} & \text{if } V_i < V_{i, \text{min}} \\ V_i & \text{if } V_{i, \text{min}} \leq V_i \leq V_{i, \text{max}} \\ V_{i, \text{max}} & \text{if } V_i > V_{i, \text{max}} \end{cases} \quad (37)$$

$$Q_{G_i, \text{lim}} = \begin{cases} Q_{G_i, \text{min}} & \text{if } Q_{G_i} < Q_{G_i, \text{min}} \\ Q_{G_i} & \text{if } Q_{G_i, \text{min}} \leq Q_{G_i} \leq Q_{G_i, \text{max}} \\ Q_{G_i, \text{max}} & \text{if } Q_{G_i} > Q_{G_i, \text{max}} \end{cases} \quad (38)$$

$$S_{i, \text{lim}} = \begin{cases} |S_i| & \text{if } |S_i| \leq S_{i, \text{max}} \\ S_{i, \text{max}} & \text{if } |S_i| > S_{i, \text{max}} \end{cases} \quad (39)$$

## 4.2. 求解步骤

本文以增强型萤火虫演算法作考虑负载不确定性的多目标最佳虚功率调度, 并且使用模糊理论建立模糊归属函数, 来解决不明确语义问题及不同属性的多目标问题。其求解步骤说明如下:

步骤 1: 设定参数及初始化萤火虫

本文中萤火虫总数设为  $NF$ , 空气对光的吸收系数上下限为  $\eta_{\text{max}}$  与  $\eta_{\text{min}}$ , 参数初始值  $\alpha^0$ , 群聚系数上

下限为  $\beta_{\text{max}}$  与  $\beta_{\text{min}}$ , 移动参数为  $c_1$  与  $c_2$ , 最大迭代次数为  $Iter_{\text{max}}$  及其他参数设定。萤火虫的位置是由四项控制变数所组成, 包含发电机的电压、电容器注入的虚功率、变压器有载分接头位置和萤火虫周遭的空气对光的吸收系数, 如(24)式所示。其初始控制变数由(40)式产生, 表示如下:

$$u_{i, \text{initial}}^k = u_{\text{min}}^k + \text{rand}(u_{\text{max}}^k - u_{\text{min}}^k) \quad (40)$$

$$i = 1, 2, \dots, NF; k = 1, 2, \dots, M$$

其中

$u_{i, \text{initial}}^k$ : 萤火虫  $i$  的第  $k$  个初始控制变数。

$\text{rand}$ : 介于 0 到 1 之间的随机值。

步骤 2: 将初始萤火虫分别执行电力潮流并计算能量函数值

利用(15)、(16)式产生  $NS$  组负载随机样本, 将初始萤火虫分别对此  $NS$  组样本执行电力潮流程式, 利用(6)式和(7)式计算传输线损失及电压偏移量, 再利用(29)-(36)式计算每只萤火虫的能量函数值。

步骤 3: 计算每只萤火虫受到的吸引力

利用(17)式将每只萤火虫的能量函数值转换为萤火虫所发出的亮度。利用(18)式计算每只萤火虫与其它萤火虫的距离。利用(19)式计算每只萤火虫看见其它萤火虫的相对亮度。比较每只萤火虫自身的亮度与其它萤火虫的相对亮度, 再利用(26)式计算萤火虫自身所受到的吸引力。

步骤 4: 更新萤火虫位置

有每只萤火虫所受到的吸引力后, 再利用(28)式更新萤火虫的位置。若更新后的控制变数超出其限制范围, 则利用(41)式作调整, 表示如下:

$$u_i^k = \begin{cases} u_{\text{min}}^k & \text{if } u_i^k < u_{\text{min}}^k \\ u_i^k & \text{if } u_{\text{min}}^k \leq u_i^k \leq u_{\text{max}}^k \\ u_{\text{max}}^k & \text{if } u_i^k > u_{\text{max}}^k \end{cases} \quad (41)$$

步骤 5: 产生多组负载随机样本及执行电力潮流并计算能量函数值

利用(15)、(16)式产生  $NS$  组负载随机样本, 将萤火虫分别对此  $NS$  组样本执行电力潮流方程式, 利用(6)式和(7)式计算传输线损失及电压偏移量, 再利用(29)-(36)式计算每只萤火虫之能量函数值, 并记录能量函数值最低的萤火虫为  $u_{\text{best}}$ 。

步骤 6: 执行突变机制

每只萤火虫依序作突变,从除了作突变的萤火虫以外的萤火虫中随机选出四只不同的萤火虫和  $u_{best}$  执行(22)式,将(22)式所产生出的萤火虫对  $NS$  组样本执行电力潮流程式及(29)-(36)式计算该萤火虫之能量函数值,再利用(23)式判断该萤火虫是否被突变萤火虫替换掉。

步骤 7: 判断是否达到停止条件

若迭代次数达到最大迭代次数  $Iter_{max}$ , 则停止迭代。否则跳至步骤 3 直到符合停止条件为止。

步骤 8: 输出结果

输出  $u_{best}$  萤火虫的控制变数、能量函数值及目标函数值等结果。

### 5. 实例测试与分析

为了验证增强型萤火虫演算法的有效性,此节分别探讨未考虑负载不确定性的多目标虚功率调度问题与考虑负载不确定性的多目标虚功率调度问题,并使用 IEEE 57-Bus 系统<sup>[17]</sup>作实例测试与自适应改良型萤火虫演算法(SAMFA)、萤火虫演算法(FA)、粒子群优法(PSO)及基因演算法(GA)作测试比较。所有演算法程式均使用 MATLAB 撰写,采用的执行系统为个人电脑 Intel core i5-2500 3.30 GHz。

本文使用 IEEE 57-Bus 系统作测试,其系统具有 7 部发电机组,分别在汇流排 1、2、3、6、8、9、12,共有 80 条传输线,17 组变压器有载分接头,汇流排 18、25、53 有装设电容器,50 个负载汇流排,总负载为  $P_{load} = 12.508 \text{ pu}$ ,  $Q_{load} = 3.364 \text{ pu}$  (容量基准值为 100 MVA),其限制条件的范围如表 1 所示。此演算法的萤火虫总数设为  $NF = 30$ ,空气对光的吸收系数上下限  $\eta_{max} = 0.002$ ,  $\eta_{min} = 0$ ,参数初始值  $\alpha^0 = 0.5$ ,群聚系数上下限  $\beta_{max} = 0.4$ ,  $\beta_{min} = 0.2$ ,移动参数  $c_1 = 0.45$ ,  $c_2 = 0.2$ 。

#### 5.1. 未考虑负载不确定性的多目标最佳虚功率调度

本节以增强型萤火虫演算法作未考虑负载不确定性的多目标最佳虚功率调度问题,未考虑负载不确定性,即是已知的负载资料是确定的,也就是(8)式和(9)式中的  $P_D$  及  $Q_D$  视为定值。从下列结果可观察在负载为确定的状态下,本文所提出的演算法与其它演算法的比较结果,其最大迭代次数  $Iter_{max} = 250$ 。

首先观察增强型萤火虫演算法(EFA)与其它四种演算法,包含自适应改良型萤火虫演算法(SAMFA)、萤火虫演算法(FA)、粒子群优法(PSO)及基因演算法(GA)作多目标最佳虚功率调度的收敛情形比较。图 1 是此五种演算法在相同初始解时的收敛曲线图。由图 1 可知,增强型萤火虫演算法收敛速度较其它四种演算法快速,同时收敛结果也优于其它四种演算法。

增强型萤火虫演算法收敛后的解,如表 2 所示。表 2 是以增强型萤火虫演算法作多目标最佳虚功率调度所得的解结果,其控制变数包括发电机电压、变压

Table 1. Restrictions  
表 1. 限制条件

| 发电机组虚功率输出限制       |    |      |      |                  |                  |      |      |
|-------------------|----|------|------|------------------|------------------|------|------|
| 汇流排               | 1  | 2    | 3    | 6                | 8                | 9    | 12   |
| $Q_{Gi,max}$ (pu) | 3  | 0.6  | 0.6  | 0.5              | 2                | 0.5  | 2    |
| $Q_{Gi,min}$ (pu) | -2 | -0.5 | -0.5 | -0.4             | -1.5             | -0.4 | -1.5 |
| 汇流排电压限制           |    |      |      | $V_{r,max}$ (pu) | $V_{r,min}$ (pu) |      |      |
|                   |    |      |      | 1.05             | 0.95             |      |      |
| 有载分接头限制           |    |      |      | $T_{i,max}$      | $T_{i,min}$      |      |      |
|                   |    |      |      | 1.1              | 0.9              |      |      |
| 电容器注入的虚功率限制       |    |      |      | $Q_{c,max}$ (pu) | $Q_{c,min}$ (pu) |      |      |
|                   |    |      |      | 0.3              | 0                |      |      |

Table 2. Solution results for multi-objective optimal reactive power dispatch without considering load uncertainty from EFA  
表 2. 增强型萤火虫演算法作未考虑负载不确定性的多目标最佳虚功率调度所得的解结果

| 发电机电压(pu)     |        |        |        |        |         |        |        |
|---------------|--------|--------|--------|--------|---------|--------|--------|
| 汇流排           | 1      | 2      | 3      | 6      | 8       | 9      | 12     |
| $V_{G_i}$     | 1.0324 | 1.0453 | 1.0385 | 1.0093 | 1.0344  | 1.0170 | 1.0125 |
| 电容器注入的虚功率(pu) |        |        |        |        |         |        |        |
| 汇流排           | 18     |        | 25     |        | 53      |        |        |
| $Q_{c_i}$     | 0.22   |        | 0.15   |        | 0.24    |        |        |
| 变压器有载分接头位置    |        |        |        |        |         |        |        |
| 汇流排           | 4-18   | 4'-18' | 21-20  | 24-25  | 24'-25' | 24-26  |        |
| $T_i$         | 1.0000 | 1.0875 | 0.9750 | 1.0250 | 0.9750  | 0.9875 |        |
| 汇流排           | 7-29   | 34-32  | 11-41  | 15-45  | 14-46   | 10-51  |        |
| $T_i$         | 0.9750 | 0.9370 | 0.9000 | 0.9625 | 0.9625  | 1.0000 |        |
| 汇流排           | 13-49  | 11-43  | 40-56  | 39-57  | 9-55    |        |        |
| $T_i$         | 0.9125 | 0.9750 | 0.9750 | 0.9250 | 1.0125  |        |        |

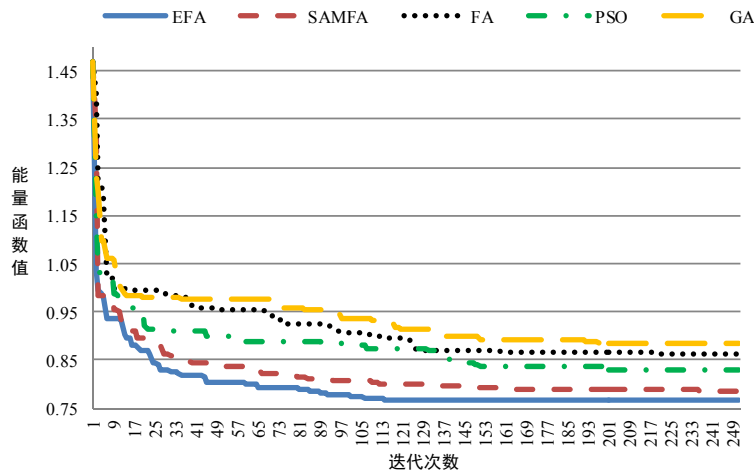


Figure 1. Comparison of convergence from EFA, SAMFA, FA, PSO, and GA  
图 1. EFA, SAMFA, FA, PSO 及 GA 的收敛比较

器有载分接头位置及电容器注入的虚功率。

另外，五种演算法各执行 50 次不同初始解的总实功率损失及总电压偏移量结果，如表 3 所示。由表 3 可知，在五种演算法中，增强型萤火虫演算法能够同时求得最低的总实功率损失及总电压偏移量，且平均值和标准差也比其它四种演算法低，这表示增强型萤火虫演算法作多目标最佳虚功率调度问题时，收敛比其它四种演算法稳定，在不同初始解的情况下都能够收敛到很接近的最佳解，较不易陷入局部解。

### 5.2. 考虑负载不确定性的多目标最佳虚功率调度

本节是以增强型萤火虫演算法作考虑负载不确定性的多目标最佳虚功率调度问题，考虑负载不确定性，即是负载资料是不确定的。从下列结果可观察在负载为不确定的情况下，本文所提出的演算法与其它演算法的比较结果，其负载随机样本数量  $NS = 50$ ，最大迭代次数  $Iter_{max} = 500$ 。

表 4 是以增强型萤火虫演算法作考虑负载不确定性的多目标最佳虚功率调度所得的解结果。由于此结果是以已知的负载资料为平均值并设定标准差，所建立的负载机率分布模型产生出的多组负载随机样本的情况下求得。由于负载是不确定的，所以表 4 的结果会与未考虑负载不确定性所求得的表 2 结果，有一些差异，但差异不大。另外，表 4 的解结果是表示在考虑负载不确定的情况下所求得的最佳估计值。

表 5 为五种演算法求解考虑负载不确定性的多目

Table 3. Comparison of results for different initial solutions with 50 trials  
表 3. 执行 50 次不同初始解所得的结果比较

| 演算法   |     | 总实功率损失(MW) | 总电压偏移量(pu) |
|-------|-----|------------|------------|
| EFA   | 最佳值 | 19.8558    | 0.5290     |
|       | 平均值 | 20.0452    | 0.5672     |
|       | 标准差 | 0.2865     | 0.0243     |
| SAMFA | 最佳值 | 19.9851    | 0.5337     |
|       | 平均值 | 20.1274    | 0.5772     |
|       | 标准差 | 0.2983     | 0.0268     |
| FA    | 最佳值 | 21.2117    | 0.6586     |
|       | 平均值 | 21.5945    | 0.6897     |
|       | 标准差 | 0.3142     | 0.0295     |
| PSO   | 最佳值 | 21.0488    | 0.6436     |
|       | 平均值 | 21.3509    | 0.6784     |
|       | 标准差 | 0.3068     | 0.0289     |
| GA    | 最佳值 | 21.1974    | 0.6927     |
|       | 平均值 | 21.8863    | 0.7166     |
|       | 标准差 | 0.3922     | 0.0351     |

标最佳虚功率调度问题，各别得到最佳解之后，将这五组最佳解(控制变数)固定，分别去执行 10,000 个负载随机样本，所得的总实功率损失及总电压偏移量结果。从表 5 得知，增强型萤火虫演算法求解考虑负载不确定性的多目标最佳虚功率调度问题所求得的最佳解，执行 10,000 个样本所得的总实功率损失及总电压偏移量平均值最低，其标准差也是五种演算法中最低的，这表示增强型萤火虫演算法所得出的最佳解在这 10,000 种可能出现的负载情况下，能得到较低的总实功率损失及总电压偏移量。为了验证解的可信度，本文使用双样本 t 检定(two-sample t-test)来检验<sup>[12]</sup>，在这 10,000 个结果中，观察任 2 组均具有 100 个结果，



其总实功率损失及总电压偏移量值差异是否过大。本文显著水准(significant level)设为 0.05，当检定 p 值大于 0.05，表示两组样本的总实功率损失及总电压偏移量差异不显著，表示解的结果是可信的。如表 5 所示，虽然五种演算法的检定 p 值均高于 0.05，但增强型萤火虫演算法的检定 p 值在五种演算法中是最高的，这表示此结果的差异性较低，收敛性较好。

图 2 和图 3 为这 10,000 个结果的总实功率损失及总电压偏移量机率分布。由图 2 和图 3 可知，在五种

**Table 4. Solution results for multi-objective optimal reactive power dispatch with considering load uncertainty from EFA**  
**表 4. 增强型萤火虫演算法作考虑负载不确定性的多目标最佳无功功率调度所得的解结果**

| 发电机电压(pu)      |        |        |        |        |         |        |        |
|----------------|--------|--------|--------|--------|---------|--------|--------|
| 汇流排            | 1      | 2      | 3      | 6      | 8       | 9      | 12     |
| $V_G$          | 1.0253 | 1.0454 | 1.0380 | 1.0014 | 1.0399  | 1.0245 | 1.0083 |
| 电容器注入的无功功率(pu) |        |        |        |        |         |        |        |
| 汇流排            | 18     |        | 25     |        | 53      |        |        |
| $Q_c$          | 0.24   |        | 0.13   |        | 0.22    |        |        |
| 变压器有载分接头位置     |        |        |        |        |         |        |        |
| 汇流排            | 4-18   | 4'-18' | 21-20  | 24-25  | 24'-25' | 24-26  |        |
| $T_i$          | 1.0000 | 1.0875 | 0.9750 | 1.0375 | 0.9625  | 1.0000 |        |
| 汇流排            | 7-29   | 34-32  | 11-41  | 15-45  | 14-46   | 10-51  |        |
| $T_i$          | 0.9750 | 0.9250 | 0.9000 | 0.9625 | 0.9750  | 1.0000 |        |
| 汇流排            | 13-49  | 11-43  | 40-56  | 39-57  | 9-55    |        |        |
| $T_i$          | 0.9125 | 0.9750 | 0.9750 | 0.9375 | 1.0125  |        |        |

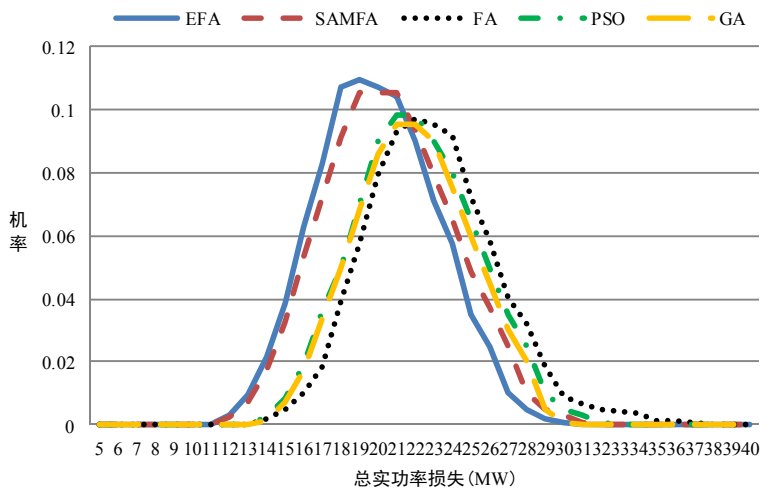
演算法中，增强型萤火虫演算法得出的最佳解执行 10,000 个负载随机样本的总实功率损失及总电压偏移量机率分布图形均较偏左边，即总实功率损失及总电压偏移量较小，且波峰也都最高，这表示其得到的总实功率损失及总电压偏移量较小，且标准差较低。

## 6. 结论

本文提出以增强型萤火虫演算法作考虑不确定性的多目标最佳无功功率调度问题，其目标是希望传输线实功率损失与电压偏移量越小越好。由于传统的最佳无功功率调度都是将负载需求假设为已知的固定值，

**Table 5. Comparison of results for stochastic load samples with 10,000 trials**  
**表 5. 执行 10,000 个负载随机样本所得的结果比较**

| 演算法   |        | 总实功率损失     | 总电压偏移量    |
|-------|--------|------------|-----------|
| EFA   | 平均值    | 20.4571 MW | 0.6203 pu |
|       | 标准差    | 3.7196 MW  | 0.0246 pu |
|       | 检定 p 值 | 0.2840     | 0.2104    |
| SAMFA | 平均值    | 20.9725 MW | 0.6386 pu |
|       | 标准差    | 3.8596 MW  | 0.0283 pu |
|       | 检定 p 值 | 0.2710     | 0.2097    |
| FA    | 平均值    | 23.1232 MW | 0.7667 pu |
|       | 标准差    | 3.9667 MW  | 0.0351 pu |
|       | 检定 p 值 | 0.2597     | 0.1980    |
| PSO   | 平均值    | 22.6634 MW | 0.7382 pu |
|       | 标准差    | 3.9598 MW  | 0.0335 pu |
|       | 检定 p 值 | 0.2590     | 0.1904    |
| GA    | 平均值    | 22.8283 MW | 0.7841 pu |
|       | 标准差    | 3.9713 MW  | 0.0462 pu |
|       | 检定 p 值 | 0.2536     | 0.1903    |



**Figure 2. Comparison of probability distribution of total power losses from EFA, SAMFA, FA, PSO, and GA**  
**图 2. EFA, SAMFA, FA, PSO 及 GA 所得的总实功率损失机率分布情形比较**

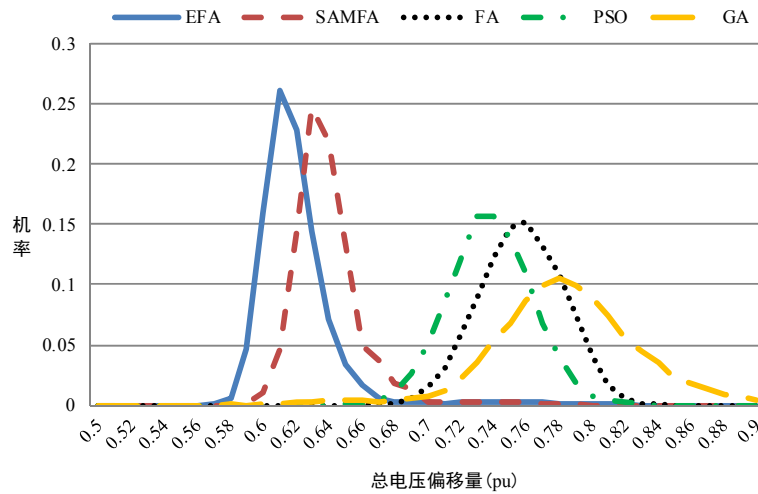


Figure 3. Comparison of probability distribution of total voltage deviations from EFA, SAMFA, FA, PSO, and GA  
图 3. EFA, SAMFA, FA, PSO 及 GA 所得的总电压偏移量机率分布情形比较

以求得负载在确定状态下的最佳解。但实际的负载需求含有不确定性，因此考虑负载不确定性能使虚功率调度的结果更适用于实际情况，并采用双样本 t 检定来检验解的可信度。本文提出的增强型萤火虫演算法将原萤火虫演算法的更新式作改良且修改参数并加入突变机制，以增强演算法的开采与搜索能力与收敛速度且不易陷入局部解。此外，本文使用模糊理论建立模糊归属函数，以解决多目标不同性质及目标函数“越小越好”这种不明确语意的问题。实例测试中以自适应改良型萤火虫演算法、萤火虫演算法、粒子群优法及基因演算法与增强型萤火虫演算法作比较，结果显示增强型萤火虫演算法在不论是否有考虑负载不确定性的状况下都能够求得较优的解。

### 参考文献 (References)

[1] Granville, S. (1994) Optimal reactive dispatch through interior point methods. *IEEE Transactions on Power Systems*, **9**, 136-146.  
 [2] Sun, D.I., Ashley, B., Brewer, B. and Hughes, A. (1984) Optimal power flow by Newton approach. *IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems*, **PAS-103**, 2864-2880.  
 [3] Lba, K., Suzuki, H. and Suzuki, K. (1988) Practical reactive power allocation/operation planning using successive linear programming. *IEEE Transactions on Power Systems*, **3**, 1741-1747.  
 [4] Grudin, N. (1998) Reactive power optimization using successive quadratic programming method. *IEEE Transactions on Power Systems*, **13**, 1219-1225.  
 [5] Yan, W., Lu, S. and Yu, D.C. (2004) A novel optimal reactive power dispatch method based on an improved hybrid evolutionary programming technique. *IEEE Transactions on Power Sys-*

*tems*, **19**, 913-918.  
 [6] Zhao, B., Guo, C.X. and Cao, Y.J. (2005) A multiagent-based particle swarm optimization approach for optimal reactive power dispatch. *IEEE Transactions on Power Systems*, **20**, 1070-1078.  
 [7] Zhang, Y.J. and Ren, Z. (2005) Optimal reactive power dispatch considering costs of adjusting the control devices. *IEEE Transactions on Power Systems*, **20**, 1349-1356.  
 [8] Dai, C., Chen, W., Zhu, Y. and Zhang, X. (2009) Seeker optimization algorithm for optimal reactive power dispatch. *IEEE Transactions on Power Systems*, **24**, 1218-1231.  
 [9] Lee, Z.H., Lin, Y.H. and Duan, X.Z. (2010) Non-dominated sorting genetic algorithm-II for robust multi-objective optimal reactive power dispatch. *IET Generation, Transmission & Distribution*, **4**, 1000-1008.  
 [10] Khorsandi, A., Alimardani, A., Vahidi, B. and Hosseinian, S.H. Hybrid shuffled frog leaping algorithm and Nelder-Mead simplex search for optimal reactive power dispatch. *IET Generation, Transmission & Distribution*, **5**, 249-256.  
 [11] Duman, S. (2012) Optimal reactive power dispatch using a gravitational search algorithm. *IET Generation, Transmission & Distribution*, **6**, 563-576.  
 [12] Li, M.S., Ji, T.Y. and Wu, Q.H. (2010) Stochastic optimal power flow using a paired-bacteria optimizer. *IEEE Conference on Power and Energy Society General Meeting*, Minneapolis, 25-29 July 2010, 1-7.  
 [13] Krishnanand, K.N. and Ghose, D. (2005) Detection of multiple source locations using a glowworm metaphor with applications to collective robotics. *IEEE Conference on Swarm Intelligence Symposium*, 8-10 June 2005, 84-91.  
 [14] Taher, N., Rasoul, A.A. and Alireza, R. (2012) Reserve constrained dynamic economic dispatch: A new fast self-adaptive modified firefly algorithm. *IEEE Systems Journal*, **6**, 635-646.  
 [15] Manju, A. and Nigam, M.J. (2012) Firefly algorithm with fireflies having quantum behavior,” *International Conference on Radar, Communication and Computing*, Tiruvannamalai, 21-22 December 2012, 117-119.  
 [16] Ross, T.J. (2010) Fuzzy logic with engineering applications. Wiley, Hoboken.  
 [17] Gaing Z.L. and Chang, R.F. (2006) Security-constrained optimal power flow by mixed-integer genetic algorithm with arithmetic operators. *IEEE Conference on Power Engineering Society General Meeting*, Montreal, 18-22 June 2006, 1-8.